

1. 이차방정식 $(x-2)^2 = 4x-7$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$, a, b, c 는 상수)의 꼴로 나타낼 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = -88$

해설

$(x-2)^2 = 4x-7$ 을 정리하면
 $x^2 - 8x + 11 = 0$ 이므로
 $a = 1, b = -8, c = 11$
 $\therefore abc = 1 \times (-8) \times 11 = -88$

2. 다음 중 { } 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면?

① $x^2 + 2x - 3 = 0 \{-1\}$

② $x^2 - 9x + 20 = 0 \{4\}$

③ $2x^2 + x - 15 = 0 \left\{\frac{5}{2}\right\}$

④ $x^2 + 4x - 12 = 0 \{6\}$

⑤ $x^2 - 9x - 22 = 0 \{11\}$

해설

② $4^2 - 9 \times 4 + 20 = 0$

③ $2 \times \frac{25}{4} + \frac{5}{2} - 15 = 0$

⑤ $121 - 99 - 22 = 0$

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$, $x = -4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -8$$

$$\therefore a + b = -6$$

4. 다음 중 $(x-1)(x+2)=0$ 과 같은 것은?

① $x+1=0$ 또는 $x-2=0$ ② $x-1=0$ 또는 $x+2=0$

③ $x+1=0$ 또는 $x+2=0$ ④ $x-1=0$ 또는 $x-2=0$

⑤ $x-1=0$ 또는 $x+1=0$

해설

$(x-1)=0$ 또는 $(x+2)=0$

5. 다음 이차방정식을 풀어라.

$x^2 - 9x - 52 = 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 13$

▷ 정답 : $x = -4$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 9x - 52 &= 0 \\(x - 13)(x + 4) &= 0 \\\therefore x &= 13 \text{ 또는 } x = -4\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $2x^2 + 6x - a = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 다른 한 근의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 3$ 을 주어진 식에 대입하면
 $18 + 18 - a = 0$
 $\therefore a = 36$
 $2x^2 + 6x - 36 = 0, (2x + 12)(x - 3) = 0$
 $2(x + 6)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = -6$ 또는 $x = 3$

7. 이차방정식 $x^2 + 8x + 4 + 4m = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 고르면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 + 8x + 4 + 4m = 0$ 이 중근을 가지려면

완전제곱식의 형태로 변형되어야 한다.

$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$ 이므로, $4 + 4m = 16$

$4m = 12$

$\therefore m = 3$

8. 이차방정식 $2(x+3)^2 - 12 = 0$ 의 근을 $x = a \pm \sqrt{b}$ 라고 할 때, a, b 의 값을 구하면?

① $a = -3, b = 3$

② $a = 3, b = 3$

③ $a = -3, b = -3$

④ $a = -3, b = 6$

⑤ $a = 3, b = 6$

해설

$$2(x+3)^2 - 12 = 0$$

$$2(x+3)^2 = 12, (x+3)^2 = 6$$

$$x+3 = \pm\sqrt{6}, x = -3 \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore a = -3, b = 6$$

9. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 6 = 0$ 의 해가 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$3x^2 - 4x - 6 = 0$ 에서

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

$\therefore A = 2, B = 22$

$\therefore A + B = 24$

10. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① $x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{4}$
② $0.1x^2 - 0.2x - 0.3 = 0 \rightarrow x = -1$ 또는 $x = 3$
③ $0.1x^2 - \frac{1}{5}x - 1 = 0 \rightarrow x = -3$ 또는 $x = 5$
④ $0.2x^2 - 0.3x - \frac{1}{5} = 0 \rightarrow x = 2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$
⑤ $x^2 - 0.5x - 0.1 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{65}}{20}$

해설

③양변에 10 을 곱하면

$$x^2 - 2x - 10 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{11}$$

④양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 2 = 0, (x - 2)(2x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

11. 이차방정식 $x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가질 때, m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $m < -\frac{9}{4}$ ② $m > -\frac{9}{4}$ ③ $m < \frac{9}{4}$
④ $m > \frac{9}{4}$ ⑤ $m \geq \frac{9}{4}$

해설

$x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지려면

판별식 $D = 3^2 - 4m > 0, 4m < 9$

$\therefore m < \frac{9}{4}$

12. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2 - 4a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 4a - 3 = 0$

$\therefore 2a^2 - 4a = 3$

13. 이차방정식 $x^2 + 4x - 32 = 0$ 과 $2x^2 - 13x + 20 = 0$ 의 공통근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$x^2 + 4x - 32 = 0, (x + 8)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = -8 \text{ 또는 } x = 4$$

$$2x^2 - 13x + 20 = 0, (2x - 5)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 공통해는 $x = 4$ 이다.

14. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p + 3q$ 의 값은?

① 10

② 9

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + 2x = \frac{5}{3}, \text{ 양변에 } \left(2 \times \frac{1}{2}\right)^2 = 1 \text{ 을 더하면}$$

$$x^2 + 2x + 1 = \frac{5}{3} + 1$$

$$(x + 1)^2 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore p = 1, q = \frac{8}{3}$$

$$\therefore p + 3q = 1 + 3 \times \frac{8}{3} = 9$$

15. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 해를 구하면?

① $1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

② $1 \pm \sqrt{10}$

③ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

④ $2 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$

⑤ $-1 \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

$$2x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$2x^2 - 4x = 3$$

$$2(x^2 - 2x) = 3$$

$$x^2 - 2x = \frac{3}{2}$$

$$(x-1)^2 = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}$$

$$x-1 = \pm \sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$x = 1 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}$$

16. $(x+y)(x+y-3)-28=0$ 일 때, $x+y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y=7$

▷ 정답 : $x+y=-4$

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$A(A-3)-28=0$

$A^2-3A-28=0$

$(A-7)(A+4)=0$

$\therefore x+y=7$ 또는 $x+y=-4$

17. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

18. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배 하였더니, 제공한 것보다 48 이 작아졌다. 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$x^2 = 2x + 48, x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$(x - 8)(x + 6) = 0$$

$$\therefore x = 8 \text{ 또는 } x = -6$$

따라서 x 는 자연수이므로 $x = 8$ 이다.

19. 동화책을 펼쳤더니 펼쳐진 두 쪽수의 곱이 156이었을 때, 앞 쪽의 쪽수는?

- ① 10쪽 ② 12쪽 ③ 14쪽 ④ 16쪽 ⑤ 18쪽

해설

두 쪽수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 156$$

$$x^2 + x - 156 = 0$$

$$(x + 13)(x - 12) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 12 \text{ (쪽)}$$

20. 지면으로부터 초속 20m 의 속력으로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이는 $(20t - 5t^2)$ m 이다. 물로켓의 높이가 처음으로 15m 가 되는 것은 물로켓을 쏘아올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▶ 정답 : 1 초 후

해설

$20t - 5t^2 = 15$ 에서

$$5t^2 - 20t + 15 = 0$$

$$(t-1)(t-3) = 0$$

$$(t-1)(t-3) = 0$$

따라서 $t = 1, 3$ (초)이다.

처음으로 15m 가 되는 것은 쏘아올린 지 1 초 후이다.

21. 가로, 세로의 길이의 비가 3 : 2 이고 넓이가 150cm^2 인 직사각형이 있다. 이 때, 가로의 길이는?

① 15cm ② 18cm ③ 12cm ④ 10cm ⑤ 16cm

해설

가로의 길이를 $3x\text{cm}$, 세로의 길이를 $2x\text{cm}$ 라고 하면,

$$3x \times 2x = 150$$

$$6x^2 = 150$$

$$\therefore x = 5 (\because x > 0)$$

$$\therefore 3x = 15$$

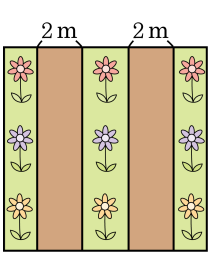
22. 반지름이 r 인 원이 있다. 이 원의 반지름을 2만큼 줄였더니 넓이가 9π 가 되었다. 처음 원의 넓이는?

① 15π ② 20π ③ 25π ④ 30π ⑤ 35π

해설

$$\begin{aligned}\pi(r-2)^2 &= 9\pi \\ r^2 - 4r - 5 &= 0 \\ (r+1)(r-5) &= 0 \\ r &= 5 \quad (\because r > 0) \\ (\text{처음 원의 넓이}) &= \pi r^2 = 25\pi\end{aligned}$$

23. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 2m 가 되는 길을 2개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 45m² 였다. 처음 꽃밭의 가로 길이是多少?



- ① 3m ② 6m ③ 7m
 ④ 8m ⑤ 9m

해설

정사각형의 가로 길이를 x m라고 하면
 (꽃밭의 넓이) = $(x - 4)x$
 $(x - 4)x = 45$
 $\therefore x = 9 (\because x > 0)$

24. $x = \alpha$ 가 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 한 근일 때, $\alpha - \frac{2}{\alpha}$ 의 값을 구하면?

① -2

② 2

③ 3

④ -3

⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 에 $x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 + 3\alpha - 2 = 0$

양변을 α 로 나누어 주면 $\alpha + 3 - \frac{2}{\alpha} = 0$

$\therefore \alpha - \frac{2}{\alpha} = -3$

25. 이차방정식 $-x^2 + 2x + 8 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$-x^2 + 2x + 8 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\text{두 근의 합 } 4 + (-2) = 2$$

$$x^2 - 2x + a = 0 \text{ 에 } x = 2 \text{ 를 대입}$$

$$4 - 4 + a = 0, a = 0$$

26. 이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않을 때, 다음 중 m 의 값이 아닌 것은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않으려면 $\frac{3m-9}{8} < 0$ 이어야 하므로 $3m-9 < 0, m < 3$ 이다. 따라서 3 은 m 의 값이 아니다.

27. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
- ④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $-\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

28. $(x^2 + y^2 - 3)(x^2 + y^2 + 1) - 5 = 0$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 + y^2 = A$ 라고 하면

$(A - 3)(A + 1) - 5 = 0$

$A^2 - 2A - 8 = 0$

$(A + 2)(A - 4) = 0$

$A = -2$ 또는 $A = 4$

$\therefore x^2 + y^2 = 4$ ($\because x^2 \geq 0, y^2 \geq 0$)

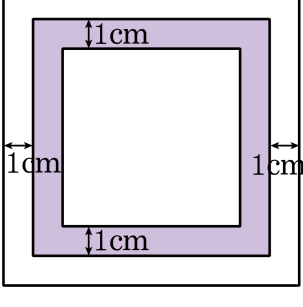
29. n 각형의 대각선의 총수가 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개 일 때, 대각선이 모두 65개인 다각형은?

- ① 십각형 ② 십일각형 ③ 십이각형
④ 십삼각형 ⑤ 십사각형

해설

$$\begin{aligned}\frac{n(n-3)}{2} &= 65 \\ n^2 - 3n - 130 &= 0 \\ (n+10)(n-13) &= 0 \\ \therefore n &= 13 (\because n > 0)\end{aligned}$$

30. 다음 그림과 같이 정사각형 세 개가 포개어져 있다. 가장 큰 정사각형의 넓이가 나머지 두 정사각형의 넓이의 합과 같을 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① 7cm^2
- ② 16cm^2
- ③ 28cm^2
- ④ 30cm^2
- ⑤ 36cm^2

해설

가운데 정사각형의 한 변을 $x\text{ cm}$ 라 하면 가장 큰 사각형의 한 변은 $(x+2)\text{ cm}$, 가장 작은 사각형의 한 변은 $(x-2)\text{ cm}$ 가 된다.
 $(x+2)^2 = x^2 + (x-2)^2$
 $x^2 - 8x = 0, x(x-8) = 0$
 $x = 0, 8$ 에서 $x > 0$ 이므로 $x = 8$
즉 가운데 정사각형의 한 변은 8 cm , 가장 작은 정사각형의 한 변은 $8-2 = 6(\text{ cm})$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 $8^2 - 6^2 = 28(\text{ cm}^2)$ 이다.

31. 이차방정식 $5x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근의 합이 1 이고, 큰 근이 작은 근보다 5 가 클 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -25

해설

두 근을 $e, f (e > f)$ 라 하면 $e = f + 5$ 이고, $e + f = 1$ 이므로
연립하면 $e = 3, f = -2$ 이다.

따라서 두 근은 3, -2 이다.

3, -2 를 두 근으로 $5x^2 - ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면
 $a = 5, b = -30$ 가 나온다.

따라서 $a + b = 5 + (-30) = -25$ 이다.

32. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로
 x 에 a 를 대입하면
 $(a-1)(a-b) = -1$
i) $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우
 $a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합
ii) $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우
 $a = 2, b = 3$
 $\therefore b = 3$

33. 이차방정식 $x^2 - 6x + (a - 1) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더하면?

① 13

② 14

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$$x^2 - 6x = -a + 1, x^2 - 6x + 9 = -a + 10, (x - 3)^2 = -a + 10$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{-a + 10}, x = 3 \pm \sqrt{10 - a}$$

두 근이 정수가 되려면 $10 - a$ 가 제곱수가 되어야 하므로

$$10 - a = 9, 4, 1 \text{ 에서 } a = 1, 6, 9$$

따라서 a 값들의 합은 $1 + 6 + 9 = 16$ 이다.

34. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수)

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$$

$$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$$

따라서 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

35. $x > y > 0$ 이고, $(x - y)^2 = xy$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① $\sqrt{5}$

② $1 + \sqrt{5}$

③ $3 + \sqrt{5}$

④ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

⑤ $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

해설

$$(x - y)^2 = xy$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = xy$$

$$x^2 - 3xy + y^2 = 0 \text{의 양변을 } y^2 \text{ 으로 나누면}$$

$$\frac{x^2}{y^2} - \frac{3x}{y} + 1 = 0 \text{에서 } \frac{x}{y} \text{ 을 } t \text{ 로 치환하면}$$

$$t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$\therefore t = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \left(= \frac{x}{y} \right)$$

$$x > y > 0 \text{ 이므로 } \frac{x}{y} > 1$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$