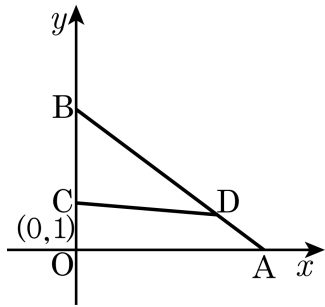


1. 직선 AB의 방정식은 $3x+4y=12$ 이다. 점 D의 x 좌표를 t , $\square OADC$ 의 넓이를 S 라 하자. $\triangle OAB$ 의 넓이가 $\square OADC$ 의 넓이의 2배일 때, t 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $t=3$

해설

A(4,0), B(0,3) 이므로

$$S = \triangle OAB - \triangle BCD = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times t = 6 - t$$

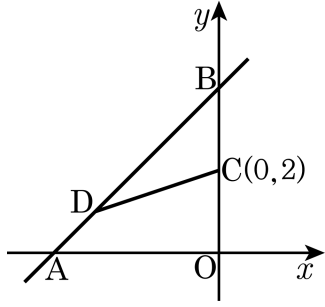
$$2S = 6$$

$$2(6 - t) = 6$$

$$\therefore t = 3$$

2. 직선 AB 의 방정식은 $x - y + 4 = 0$ 일 때, 다음 조건을 만족하는 m 의 값을 구하여라. ($m > 0$)

(가) 점 D 의 x 좌표를 $-m$, $\square OCDA$ 의 넓이를 S 라고 한다.
(나) $\triangle OBA$ 의 넓이가 $\square OCDA$ 의 넓이의 2 배이다.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

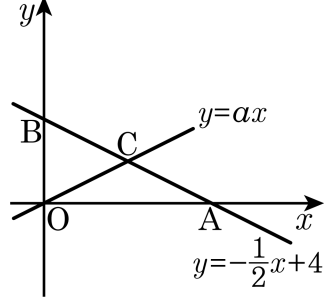
A(-4, 0), B(0, 4) 이므로

$$\begin{aligned} S &= \triangle OBA - \triangle BCD \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times m \\ &= 8 - m \end{aligned}$$

$$2S = 8, 2(8 - m) = 8$$

$$\therefore m = 4$$

3. 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 가 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, 아래 그림을 보고 직선 $y = ax$ 가 $\triangle BOA$ 의 넓이를 이등분하도록 하는 상수 a 의 값은?



- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

$$y = -\frac{1}{2}x + 4 \text{ 의 } x \text{ 절편 : } 8, y \text{ 절편 : } 4$$

$$\triangle BOA = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$$

이때, $C(x, ax)$ 이므로

$$\triangle COA = 8 \times ax \times \frac{1}{2} = 8 \Rightarrow ax = 2$$

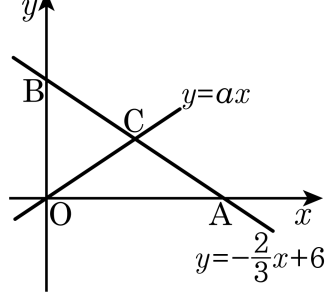
$$\therefore C = (x, 2)$$

$$2 = -\frac{1}{2}x + 4 \quad \therefore x = 4$$

$$4a = 2$$

$$\therefore a = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

4. 다음 그림과 같이 직선 $y = -\frac{2}{3}x + 6$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B, 원점을 O 라고 할 때, 직선 $y = ax$ 가 $\triangle BOA$ 의 넓이를 이등분하도록 하는 상수 $3a$ 의 값을 구하여라.



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

삼각형 BOA 와 $y = ax$ 가 만나는 점 C 의 y 좌표를 k 라 하면

삼각형 COA 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 9 \times k = \frac{27}{2}$

$k = 3, y = 3$ 을 $y = -\frac{2}{3}x + 6$ 에 대입하면 $x = \frac{9}{2}$

$\therefore a = \frac{2}{3}$

$\therefore 3a = 2$

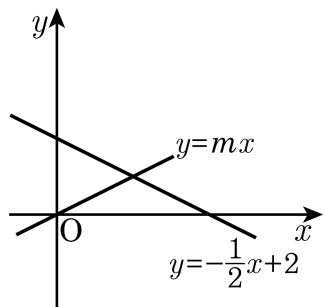
5. 직선 $3x - y + 12 = 0$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 직선 $y = ax$ 에 의하여 이등분된다고 한다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 3

해설

x 절편 $(-4, 0)$, y 절편 $(0, 12)$ 의
중점 $(-2, 6)$ 을 지나면 $y = -3x$
 $\therefore a = -3$

6. 일차함수 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 이루어진 삼각형의 넓이를 $y = mx$ 의 그래프가 이등분한다. 이 때, m 의 값은?



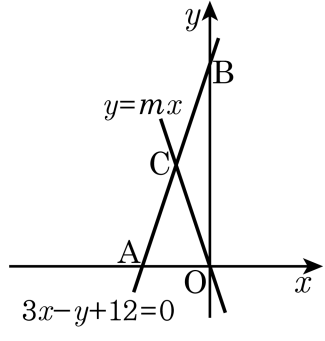
- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$y = -\frac{1}{2}x + 2$ 의 x 절편은 4, y 절편은 2 이므로 넓이를 이등분 하려면 그 중점 (2, 1) 을 $y = mx$ 가 지난다.

$$\therefore m = \frac{1}{2}$$

7. 다음 그림과 같이 일차방정식 $3x - y + 12 = 0$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 직선 $y = mx$ 에 의하여 이등분된다고 한다. 이 때, 상수 m 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

위의 그림에서

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{OB} = \frac{1}{2} \times 4 \times 12 = 24$$

$$\therefore \triangle OAC = \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times y = \frac{1}{2} \times 4 \times y = 12$$

$$y = 6 \text{ 이므로 } x = -2$$

$$y = mx \text{ 가 } (-2, 6) \text{ 을 지나므로 } 6 = -2m$$

$$\therefore m = -3$$

8. 일차함수 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $y = ax + a$ 의 그래프가 이등분할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -6$

해설

$y = \frac{3}{4}x + 3$ 과 x , y 축으로 둘러싸인 삼각형 넓이는 6, $y = ax + a$ 의 x 절편은 $(-1, 0)$ 이므로 넓이를 이등분하기 위해서 교점의 y 값은 2이어야 한다.

$$2 = \frac{3}{4}x + 3 \text{ 이면 } x = -\frac{4}{3}$$

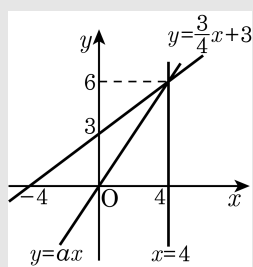
$(-1, 0)$ 과 $\left(-\frac{4}{3}, 2\right)$ 를 지나는 직선의 기울기는 $(0 - 2) \div$

$$\left(-1 + \frac{4}{3}\right) = -6 \text{ 이므로 } a = -6 \text{ 이다.}$$

9. 일차함수 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 과 $x = 4$ 인 직선 그리고 x 축으로 둘러싸인 부분을 이등분하는 직선 $y = ax$ 가 있다. 상수 a 는?

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 6

해설



원점이 삼각형의 밑변의 중점이므로 $y = ax$ 가 두 직선의 교점 $(4, 6)$ 을 지나면 삼각형의 넓이가 이등분된다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

10. 두 방정식 $x + 3y = 12$, $2x - y = 4$ 의 그래프의 교점 A 를 지나고, 두 그래프와 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

① $y = 3x$

② $y = \frac{5}{6}x$

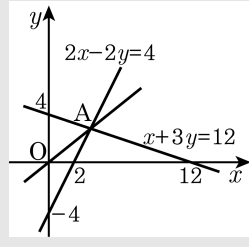
③ $y = 4x$

④ $y = \frac{24}{5}$

⑤ $y = 5x$

해설

$2x - y = 4$ 에서 $y = 2x - 4$ 이므로 $x + 3y = 12$ 에 대입하면



$$x + 6x - 12 = 12 \quad \therefore x = \frac{24}{7}$$

$$x = \frac{24}{7} \text{ 를 } y = 2x - 4 \text{에 대입하면 } y = \frac{20}{7}$$

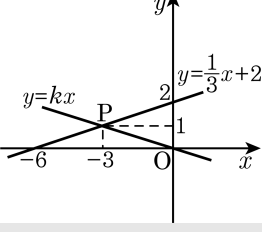
따라서 교점 A $\left(\frac{24}{7}, \frac{20}{7}\right)$ 과 원점을 지나므로 $y = \frac{5}{6}x$ 이다.

11. 좌표평면에서 직선 $y = \frac{1}{3}x + 2$ 와 x 축, y 축으로 이루어진 삼각형의 넓이를 직선 $y = kx$ 가 이등분할 때, 상수 k 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ $-\frac{1}{3}$
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

다음 그림에서 삼각형의 넓이는 6 이므로 $\triangle PBO$ 의 넓이가 3 이면 된다. 밑변의 길이가 6 이므로 높이가 1 이다.

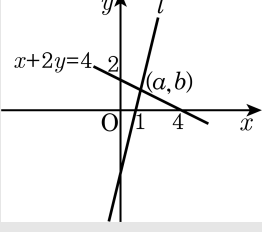


따라서 점 P 의 y 좌표는 1, 점 P 의 좌표를 구하면 $(-3, 1)$ 이므로 $k = -\frac{1}{3}$ 이다.

12. 일차함수 $x + 2y = 4$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 점 $(1, 0)$ 을 지나는 직선 l 이 이등분한다고 한다. 직선 l 의 기울기는 얼마인가?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설



처음 삼각형의 넓이 $2 \times 4 \times \frac{1}{2} = 4$

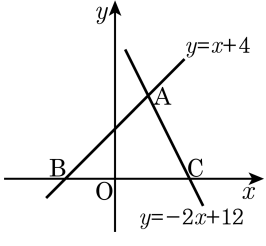
직선 l 과 직선 $x + 2y = 4$ 의 교점을 (a, b) 라 하면

$\frac{1}{2} \times 3 \times b = 2$ 이어야 하므로 $b = \frac{4}{3}, a = \frac{4}{3}$ 이다.

따라서 직선 l 은 두 점 $(1, 0), (\frac{4}{3}, \frac{4}{3})$ 을 지나는 직선이므로

기울기는 $(\frac{4}{3} - 0) \div (\frac{4}{3} - 1) = 4$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 A 는 두 직선 $y = x + 4$, $y = -2x + 12$ 의 교점이며 점 B, C 는 두 직선과 x 축과의 교점이다. 점 A 를 지나면서 $\triangle ABC$ 를 이등분하는 직선의 기울기는?

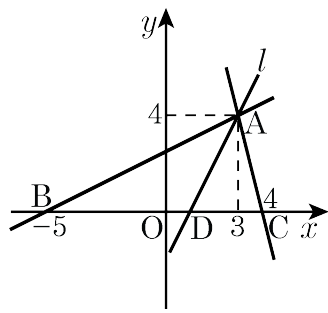


- ① -1 ② 2 ③ $-\frac{8}{3}$
 ④ 4 ⑤ $\frac{20}{3}$

해설

A $\left(\frac{8}{3}, \frac{20}{3}\right)$ 과 B $(-4, 0)$, C $(6, 0)$ 의 중점 $(1, 0)$ 을 잇는 직선의 방정식을 구하면 된다.
 따라서 $y = 4x - 4$ 이므로 기울기는 4 이다.

14. 다음 그림에서 $\triangle ABD$ 의 넓이와 $\triangle ACD$ 의 넓이의 비가 $2 : 1$ 일 때, 직선 l 을 나타내는 일차함수의 식을 구하면?

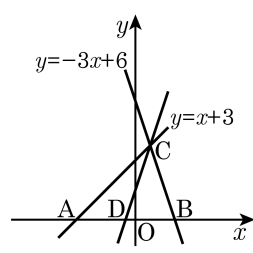


- ① $y = 2x - 1$ ② $y = 2x - 2$ ③ $y = 3x - 1$
 ④ $y = 3x - 2$ ⑤ $y = 4x - 1$

해설

점 D의 좌표를 $(a, 0)$ 이라고 하면
 $\overline{BD} : \overline{DC} = 2 : 1$ 이다.
 $a - (-5) : 4 - a = 2 : 1$
 $\therefore a = 1$
 $\therefore D(1, 0)$
 따라서 직선 l 은 $(1, 0)$ 과 $(3, 4)$ 를 지난다.
 $y = \frac{4-0}{3-1}x + b$
 $y = 2x + b$
 $(1, 0)$ 대입 : $b = -2$
 $\therefore y = 2x - 2$

15. 다음 그림과 같이 두 직선 $y = x + 3$ 과 $y = -3x + 6$ 의 x 축과의 교점을 각각 A, B 라 하고 두 직선의 교점을 C 라고 하자. 점 C 를 지나고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 직선 CD 의 y 절편은?



- ① -2 ② -1 ③ $\frac{1}{2}$
 ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

A($-3, 0$), B($2, 0$), C($\frac{3}{4}, \frac{15}{4}$) 이고

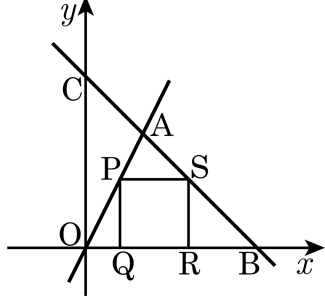
$\triangle ACD = \triangle BCD$ 일 때 D 는 A, B 의 중점이므로

D($-\frac{1}{2}, 0$)

C, D 를 지나는 직선의 방정식은 $y = 3x + \frac{3}{2}$

$\therefore (y\text{절편}) = \frac{3}{2}$

16. 다음 그림의 $y = 2x$, $y = -x + 6$ 의 교점을 A 라 하고, □PQRS 는 정사각형이다. 점 P 의 x 좌표가 a 일 때, 점 A 를 지나면서 정사각형 PQRS 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 구하면?



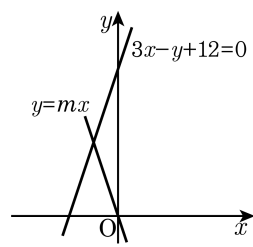
- ① $y = 7x + 18$ ② $y = 7x - 18$ ③ $y = -7x + 18$
 ④ $y = -7x - 18$ ⑤ $y = 7x + 8$

해설

$P(a, 2a)$, $Q(a, 0)$, $R(3a, 0)$, $S(3a, 2a)$
 S 가 $y = -x + 6$ 위의 점이므로
 $2a = -3a + 6 \quad \therefore a = \frac{6}{5}$
 정사각형 PQRS 의 넓이를 이등분하는 직선은 P, R 의 중점 $(2a, a)$ 를 지나므로
 A(2, 4) 와 $(\frac{12}{5}, \frac{6}{5})$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y = -7x + 18$

17. 다음 그림과 같이 일차방정식 $3x - y + 12 = 0$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 직선 $y = mx$ 에 의하여 이등분된다고 한다. 이 때, m 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ -3 ⑤ 3



해설

오른쪽 그림에서

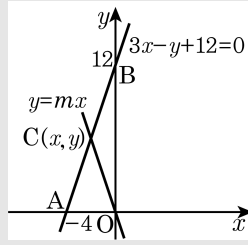
$$\begin{aligned}\triangle OAB &= \frac{1}{2} \cdot \overline{OA} \cdot \overline{OB} \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 12 \\ &= 24\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle OAC &= \frac{1}{2} \cdot \overline{OA} \cdot y \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4 \times y \\ &= 12\end{aligned}$$

$$y = 6 \text{ 이므로 } x = -2$$

$$y = mx \text{ 가 } (-2, 6) \text{ 을 지나므로 } 6 = -2m$$

$$\therefore m = -3$$



18. 세 점 $A(-3, 4)$, $B(0, 5)$, $C(-4, 1)$ 로 이루어진 삼각형은 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 라고 한다. 점 A 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -x + 1$

해설

삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로, 점 A 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 일차함수는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분한다.

$\overline{BC}$ 의 기울기가 $\frac{5-1}{0-(-4)} = 1$ 이므로 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선의 기울기는 -1 이다.

따라서 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선의 방정식을

$y = -x + b \cdots \textcircled{1}$ 으로 놓을 수 있다.

점 $A(-3, 4)$ 를 지나므로 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $b = 1$ 이다.

따라서 구하고자 하는 직선의 식은 $y = -x + 1$ 이다.

19. 두 직선 $x + y = 1$, $3x - 2y = 8$ 과 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 두 직선의 교점을 지나는 직선 $ax + by - 11 = 0$ 이 이등분할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$x + y = 1$, $3x - 2y = 8$ 을 연립하여 풀면 $x = 2$, $y = -1$ 이다.
두 직선의 교점은 $(2, -1)$ 이다.

$x + y = 1$ 의 x 절편은 1, $3x - 2y = 8$ 의 x 절편은 $\frac{8}{3}$

두 직선의 x 절편의 중점은 $\left(\frac{11}{6}, 0\right)$ 이다.

직선 $ax + by - 11 = 0$ 이 삼각형의 넓이를 이등분하려면 두 직선의 교점과 두 직선의 x 절편의 중점을 지나야 한다.

따라서 $(2, -1)$ 와 $\left(\frac{11}{6}, 0\right)$ 를 지나는 직선의 그래프는

$$\begin{aligned} y &= -6x + 11 \\ 0 &= 6x + y - 11 \\ \therefore a + b &= 6 + 1 = 7 \end{aligned}$$

20. x 절편이 -3 , y 절편이 $\frac{3}{4}$ 인 직선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y = kx$ 의 그래프가 이등분할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

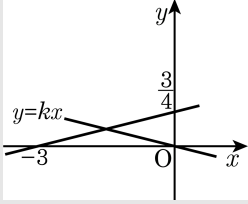
해설

x, y 절편이 각각 $-3, \frac{3}{4}$ 이므로 넓이를 구하면

$$3 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8} \text{ 이다.}$$

두 직선의 교점의 x 좌표를 m 이라고 하면

$$\frac{3}{4} \times (-m) \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8} \times \frac{1}{2} \text{ 에서 } m = -\frac{3}{2}$$

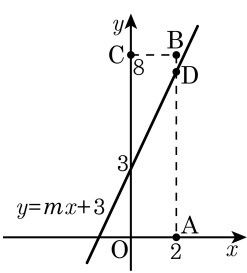


교점의 y 좌표를 n 이라고 하면

$$3 \times n \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8} \times \frac{1}{2} \text{ 에서 } n = \frac{3}{8}$$

$$k = \frac{\frac{3}{8}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{4}$$

21. 다음 그림과 같이 직선 $y = mx + 3$ 이 직사각형 OABC 를 두 부분으로 나눈다. 아랫부분의 넓이가 윗부분의 넓이의 2 배일 때, m 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{3}$

해설

$y = mx + 3$ 의 위에 점 D 가 있으므로

$D(2, 2m + 3)$

또한, $(0, 3)$ 을 점 E 라 하면

$\square CBDE$

$$= \frac{1}{2} \times (5 + 8 - (2m + 3))$$

$$\times 2 = 10 - 2m$$

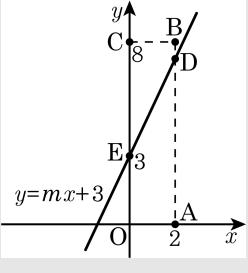
$$\square EOAD = \frac{1}{2} \times (3 + 2m + 3) \times 2 = 2m + 6$$

이 때, $2\square CBDE = \square EOAD$ 이므로

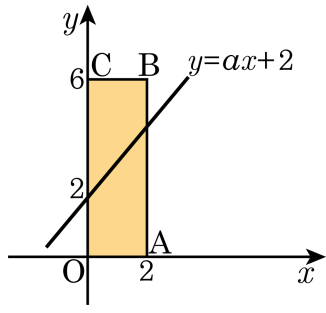
$$2(10 - 2m) = 2m + 6$$

$$20 - 4m = 2m + 6$$

$$\therefore m = \frac{7}{3}$$



22. 다음 그림과 같이 직선 $y = ax + 2$ 가 $\square OABC$ 를 두 부분으로 나눌 때, 아래 부분의 넓이가 위부분의 넓이보다 크도록 하는 a 의 값의 범위를 구하여라.

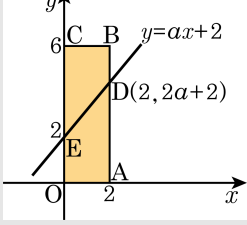


▶ 답 :

▷ 정답 : $a > 1$

해설

$\overline{AB}$ 와 직선과의 교점을 D 라 하면 $D(2, 2a + 2)$ 이다.



직사각형의 넓이가 12 이므로
($\square OADE$ 의 넓이) > 6

$$\frac{1}{2}(2 + 2a + 2) \times 2 > 6$$

$$2a + 4 > 6$$

$$\therefore a > 1$$

23. x 절편이 -6 , y 절편이 $-\frac{4}{5}$ 인 직선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y = kx$ 의 그래프가 이등분할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{15}$

해설

$\triangle AOB$ 의 넓이는 $6 \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{12}{5}$ 이다.

직선 l 과 $y = kx$ 와의 교점의 좌표를 (m, km) 이라고

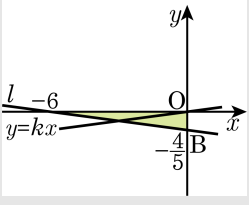
$$6 \times km \times \frac{1}{2} = \frac{4}{5} \times m \times \frac{1}{2} = \frac{12}{5} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{4}{5}m = \frac{12}{5}$$

$$\therefore m = 3$$

$$6 \times 3k \times \frac{1}{2} = \frac{6}{5}$$

따라서 $k = \frac{2}{15}$ 이다.



24. 좌표평면 위의 네 점 A(-1, 2), B(2, 4), C(4, 3), D(4, 0) 과 원점 O 로 만들 수 있는 오각형 OABCD 의 넓이를 점 B 를 지나는 직선이 이등분한다고 할 때, 이 직선의 x 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

점 B 에서 x 축에 수선을 내려 그 교점을 P 라 하면

사다리꼴 PBCD 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times (4 + 3) = 7$

$$\begin{aligned}\square\text{BAOP} &= \triangle\text{ABP} + \triangle\text{AOP} \\ &= \frac{1}{2} \times \{(4 \times 3) + (2 \times 2)\} = 8\end{aligned}$$

사다리꼴 PBCD 와 $\square\text{BAOP}$ 의 넓이의 차는 1 이다. 구하는 직선의 x 절편을 M(a , 0) 이라 하면

$$\triangle\text{BMP} = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 4 \times (2 - a) \text{ 에서 } a = \frac{7}{4} \text{ 이다. 따라서}$$

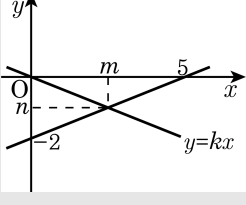
구하는 직선의 x 절편은 $\frac{7}{4}$ 이다.

25. x 절편이 5, y 절편이 -2 인 직선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y = kx$ 의 그래프가 이등분할 때, k 의 값은?

- ① $-\frac{4}{5}$
- ② $-\frac{3}{5}$
- ③ $-\frac{2}{5}$
- ④ $-\frac{1}{5}$
- ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

x , y 절편이 각각 5, -2 이므로 넓이를 구하면
 $\frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$ 이다.



두 직선의 교점의 x 좌표를 m 이라고 하면

$\frac{1}{2} \times 2 \times m = 5 \times \frac{1}{2}$ 에서 $m = \frac{5}{2}$

교점의 y 좌표를 n 이라고 하면

$\frac{1}{2} \times 5 \times (-n) = 5 \times \frac{1}{2}$ 에서 $n = -1$

$k = \frac{-1}{\frac{5}{2}} = -\frac{2}{5}$