

1. 다음 식이 이차함수가 되기 위한 a 의 조건은?

$$y = ax^2 + 3x + 4$$

- ① $a > 0$ ② $a < 0$ ③ $a = 0$ ④ $a \neq 0$ ⑤ $a = 4$

해설

x^2 의 계수가 0 이 아니어야 이차함수이다.
 $\therefore a \neq 0$

2. 이차함수 $y = x^2 + x - a$ 의 그래프가 점 $(3, 2)$ 를 지난다고 한다.
이때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 5

② 10

③ 15

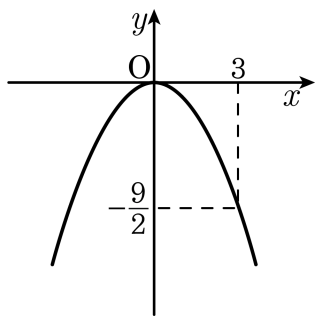
④ 20

⑤ 25

해설

점 $(3, 2)$ 를 지나므로 $x = 3, y = 2$ 를 대입하면 $2 = 3^2 + 3 - a$, $12 - a = 2 \therefore a = 10$

3. 다음 그림의 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식 $y = a'x^2$ 에서 a' 의 값은?



- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ -1 ⑤ 2

해설

$y = ax^2$ 에 $\left(3, -\frac{9}{2}\right)$ 를 대입하면 $a = -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

4. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = 2x^2$

⑤ $y = -3x^2 + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.

5. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 함수를 구하면?

① $y = -2x^2 - 4$ ② $y = -2(x - 4)^2$ ③ $y = 2x^2 + 4$

④ $y = -2(x - 2)^2$ ⑤ $y = -2x^2 + 4$

해설

$$y - 4 = -2x^2$$

$$\therefore y = -2x^2 + 4$$

6. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프는 이차함수 $y = -(x+b)^2 + c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

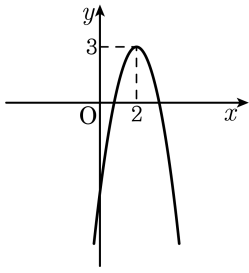
해설

이차함수 $y = -(x+b)^2 + c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동하면 $y = -(x+b+5)^2 + c - 4$ 이다.

$ax^2 = -(x+b+5)^2 + c - 4$ 이므로 $a = -1, b+5 = 0, c-4 = 0$ 이다.

따라서 $a = -1, b = -5, c = 4$ 이고, $a+b+c = -1-5+4 = -2$ 이다.

7. 다음 포물선은 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. $p+q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 3)이므로 포물선의 식은 $y = -2(x-2)^2 + 3$
따라서 $p = 2, q = 3$ 이므로 $p+q = 2+3 = 5$

8. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수는?

① $y = -2x^2$

② $y = -\frac{1}{2}x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = \frac{1}{2}x^2$

⑤ $y = \frac{1}{3}x^2$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 y 대신에 $-y$ 를 대입하면

$y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

9. 이차함수 $y = -3x^2 + 18x$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, p, q 의 합 $a + p + q$ 의 값은?

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

해설

$$y = -3(x^2 - 6x + 9 - 9) = -3(x - 3)^2 + 27$$

$$a = -3, p = 3, q = 27$$

$$a + p + q = 27 \text{ 이다.}$$

10. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 없는 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2(x - 1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 2x - (1 + 3x^2)$

⑤ $y = -(2 - x)(2 + x) + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.
따라서 $a = -2$ 가 아닌 것은 ③,⑤이다.

11. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 2 + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < -5$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 2 + k \\ &= -3(x-1)^2 + 5 + k \end{aligned}$$

x 축과 만나지 않으려면 $5 + k < 0, k < -5$ 이다.

12. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것으로 짝지워진 것은?

- ㉠ $y = x(x - 1) - x^2$
㉡ 분속 x m 로 200m 달릴 때 걸린 시간 y 분
㉢ 한 변의 길이가 각각 x cm, $(5 - x)$ cm 인 두 정사각형의 넓이의 합은 y cm²
㉤ 넓이가 y cm² 인 삼각형의 밑변의 길이 x cm , 높이 4xcm
㉥ 반지름의 길이가 x cm 이고 중심각의 크기가 30° 인 부채꼴의 넓이 y cm²

- ① ㉠,㉡,㉢
② ㉡,㉢,㉤
③ ㉡,㉢,㉥
④ ㉠,㉤,㉥
⑤ ㉢,㉤,㉥

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.
㉠ $y = -x$ (일차함수)
㉡(시간) = $\frac{\text{거리}}{\text{속력}} \therefore y = \frac{200}{x}$ (분수함수)
㉢ $y = x^2 + (5 - x)^2 = 2x^2 - 10x + 25$ (이차함수)
㉤ $y = \frac{1}{2} \times x \times 4x = 2x^2$ (이차함수)
㉥ $y = \pi \times x^2 \times \frac{30}{360} = \frac{\pi}{12}x^2$ (이차함수)

13. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 $(3, a)$ 가 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 9$

해설

$y = x^2$ 에 $x = 3, y = a$ 를 대입하면

$$a = 3^2 = 9$$

14. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 이차함수의 그래프가 $(a+1, a-1)$ 을 지날 때, 모든 a 의 값의 곱은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

해설

$$-(a-1) = 2(a+1)^2$$

$$-a+1 = 2a^2+4a+2$$

$$2a^2+5a+1=0$$

근과 계수의 관계에 의해 모든 a 의 값의 곱은 $\frac{1}{2}$ 이다.

15. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 다음<보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 원점을 꼭짓점으로 한다.
- ㉡ 대칭축은 y 축이다.
- ㉢ y 의 값의 범위는 $y > 0$ 이다.
- ㉣ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

- ①

㉠, ㉡
- ②

㉠, ㉡, ㉣
- ③

㉡, ㉣
- ④

㉠, ㉡, ㉣
- ⑤

㉣, ㉣

해설

- ㉢ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$
- ㉣ $x < 0$ 에서 x 값 증가, y 는 감소

16. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 - 12x + 13$ 의 그래프가 되었다. p, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

▷ 정답 : $q = -8$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x + 5 = 2(x+1)^2 + 3 \\ x, y \text{ 축의 방향으로 각각 } p, q \text{ 만큼 평행이동하면} \\ y &= 2(x+1-p)^2 + 3 + q \\ y &= 2x^2 - 12x + 13 = 2(x-3)^2 - 5 \\ \therefore 1-p &= -3, \quad p = 4 \\ 3+q &= -5, \quad q = -8 \end{aligned}$$

17. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 8$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있을 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = (x - a)^2 - a^2 + 8$$

꼭짓점 $(a, -a^2 + 8)$ 이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있으므로

$$-a^2 + 8 = 2a$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a - 2)(a + 4) = 0$$

따라서 양수 $a = 2$ 이다.

18. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$

② $x < -4$

③ $x < 4$

④ $x > 4$

⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$
꼭짓점이 (4, 0)이고 위로 볼록한 그래피므로
 $x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

19. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하면?

① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x > 3$ ④ $x < 2$ ⑤ $x < 1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{9}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

축이 $x = 3$ 이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 범위는 $x > 3$ 이다.

20. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 5 + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 값의 범위는?

① $k > -3$

② $k < -3$

③ $k > -5$

④ $k < -5$

⑤ $k > -7$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2 개

$b^2 - 4ac = 0$: 1 개

$b^2 - 4ac < 0$: 0 개

$$4^2 - 4 \times (-2) \times (5 + k) = 8k + 56 > 0 \quad \therefore k > -7$$

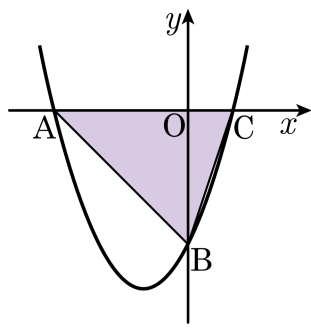
21. $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이 지나는 사분면은?

- ① 제 1, 2 사분면 ② 제 3, 4 사분면
③ 제 1, 2, 3 사분면 ④ 제 1, 2, 4 사분면
⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면

해설

꼭짓점 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ 이 제 1 사분면에 있고, y 절편이 1 인, 아래로
볼록한 그래프이다.
따라서 제1, 2 사분면을 지난다.

22. 다음 그림은 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프이다. 이 포물선과 x 축과의 교점을 A, C 라 하고, y 축과의 교점을 B 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

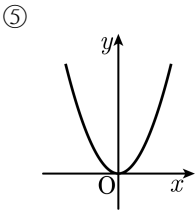
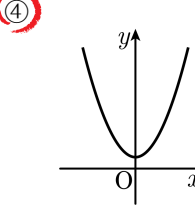
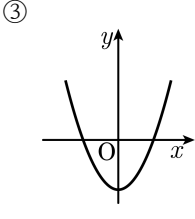
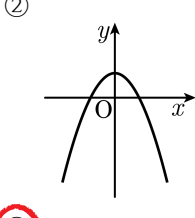
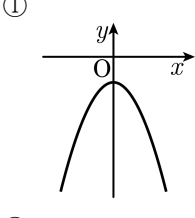
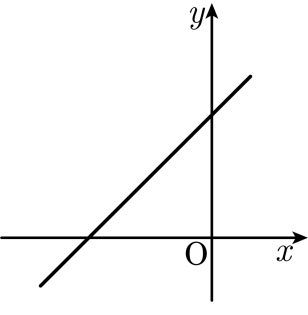
$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore A(-3, 0), C(1, 0)$$

$$\therefore B(0, -3)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \{1 - (-3)\} \times 3 = 6$$

23. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 x 축의 위쪽에 있다.

24. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행 이동하면 점 $(k, 6)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

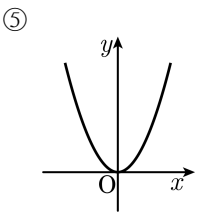
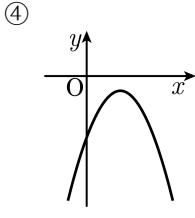
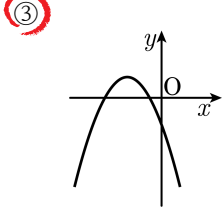
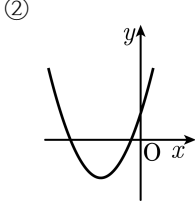
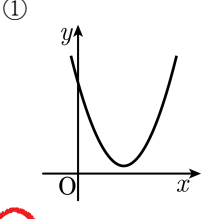
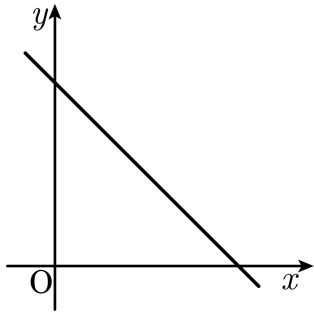
▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{2}{3}(x-2)^2$ 이다. 점 $(k, 6)$ 을 지나므로 대입하면 $6 = \frac{2}{3}(k-2)^2$, $9 = (k-2)^2$, $k-2 = \pm 3$ 따라서 $k = 5, -1$ 이다.

25. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

26. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
- ① 위로 볼록하다.
 - ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ③ y 축과 점 $(0, 5)$ 에서 만난다.
 - ④ 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
 - ⑤ 평행이동하면 $y = 2x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어진다.

해설

$$y = 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 2 = 2(x - 2)^2 - 6$$

27. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

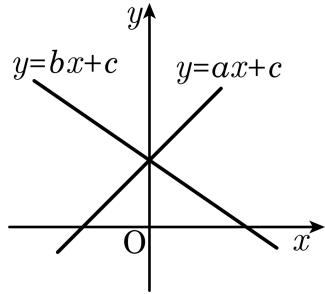
▶ 답 :

▷ 정답 : -19

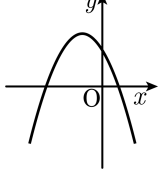
해설

평행이동한 그래프의 식을 $y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.
 $y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로
 $0 = -8 - 2b + c$, $-16 = c$
 $0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$
 $y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x + 3)^2 + 2$
 $y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x + 3)^2 + 21$
꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0$, $q = -19$ 이다.
 $\therefore p + q = 0 - 19 = -19$

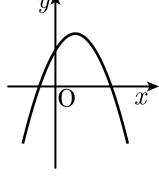
28. 두 일차함수 $y = ax + c$, $y = bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프로 적당한 것은?



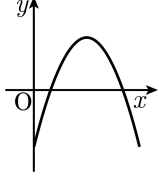
①



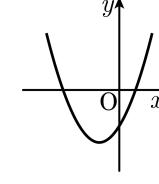
②



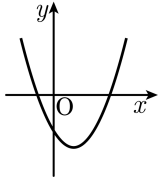
③



④



⑤



해설

$y = ax + c$ 에서 $a > 0$, $c > 0$
 $y = bx + c$ 에서 $b < 0$, $c > 0$ 이므로
 $y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프는
 $a > 0$ 이므로 아래로 볼록한 모양이고
 $-b > 0$ 이므로 (축의 방정식) < 0 이고
 $-c < 0$ 이므로 y절편 < 0 이다.
따라서 적당한 그래프는 ④이다.

29. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

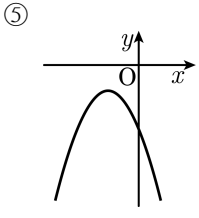
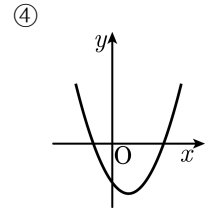
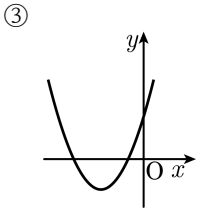
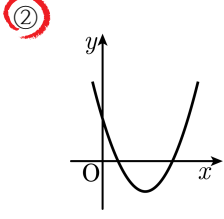
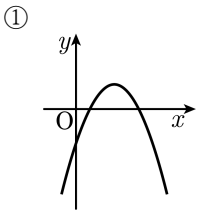
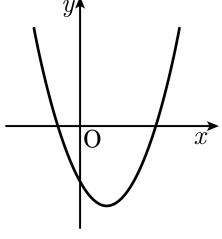
① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$y = 2(x+3)^2 - 2 = 2x^2 + 12x + 16$ 에서 x 절편은 -4 와 -2 , y 절편은 16

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 16 = 16$ 이다.

30. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.
 따라서, $b < 0$ 이다.
 y 절편이 음수이므로 $-c < 0$, $c > 0$ 이다.
 $y = cx^2 + bx + a$ 에서
 $c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.
 $b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.
 $a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.
 따라서 구하는 그래프는 ②이다.

31. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ 일 때, $f(2) + f(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$f(x) = -x^2 + 2x + 1 \text{ 에서 } f(2) = 1, f(-1) = -2$$

$$\therefore f(2) + f(-1) = -1$$

32. 이차함수 $y = 3x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ② 아래로 볼록한 그래프이다.
- ③ $y = -3x^2$ 보다 폭이 넓다.
- ④ y 축을 축으로 한다.
- ⑤ $y = -3x^2$ 과 x 축 대칭이다.

해설

③ 3 과 -3 은 절댓값의 크기가 같으므로 폭이 같다.