1. $m=-1$을 해로 가지지 않는 것은?

① $m^2+2m+1=0$ ② $m^2-m-2=0$

③ $4-m^2+3m=0$ ④ $4-3m^2+m=0$

⑤ $4-3m^2-m=0$

해설

① $m^2+2m+1=0$, $(m+1)^2=0$

② $m^2-m-2=0$, $(m-2)(m+1)=0$

③ $4-m^2+3m=0$, $-(m-4)(m+1)=0$

④ $4-3m^2+m=0$, $-(3m-4)(m+1)=0$

⑤ $4-3m^2-m=0$, $-(3m+4)(m-1)=0$

따라서 $m=-1$을 해로 가지지 않는 하나는 ⑤이다.

2. $x^2 + 6x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (중근) ② $x = -3$ (중근) ③ $x = 5$ (중근)

④ $x = 1$ (중근) ⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$(x+3)^2 = 0$

$\therefore x = -3$(중근)

3. 다음 이차방정식이 해를 1 개 가질 때 k 의 값은?

$x^2 - 8x + 9 - k = 0$

① -7 ② -2 ③ 7 ④ 17 ⑤ 25

해설

중근을 가질 때 판별식 $D = 0$
$D = (-8)^2 - 4(9 - k) = 0$
$\therefore\ k = -7$

4. 다음 중에서 y 가 x 에 대한 이차함수인 것을 모두 찾으면?

① $y = 2x^3 - 2x$
② $y = x(x+2)$
③ $y = \dfrac{4}{x^2}$
④ $y = (x+1)(x-2)$
⑤ $y = (x-1)^2 - (x-2)^2$

해설

①$y = 2x^3 - 2x$ 는 삼차함수이다.

③ $y = \dfrac{4}{x^2}$ 는 분수함수이다.

⑤ $y = (x-1)^2 - (x-2)^2 = 2x - 3$ 이므로 일차함수이다.

5. 점$(2,\ 5)$ 는 이차함수 $y=2x^2+q$ 위의 점일 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-3,\ 0)$ ② $(0,\ 3)$ ③ $(0,\ -3)$

④ $(3,\ 0)$ ⑤ $(-3,\ 3)$

해설

$y=2x^2+q$ 의 그래프가 점 $(2,\ 5)$ 를 지나므로
$5=2(2)^2+q \quad \therefore q=-3$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -3)$ 이다.

6. 다음 이차함수 중에서 x 축에 관해서 서로 대칭인 이차함수는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

㉠ $y=4x^2$	㉡ $y=\frac{1}{4}x^2$	㉢ $y=-\frac{1}{4}x^2$
㉣ $y=-\frac{1}{16}x^2$	㉤ $y=2x^2$	㉥ $y=\frac{1}{2}x^2$

▶ 답 : 쌍

▷ 정답 : 1쌍

해설

㉡와 ㉢

7. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 음수인 것은?

① $x^2 + x - 2 = 0$
② $x^2 + 4x = 0$
③ $2x^2 + 5x + 2 = 0$
④ $2x^2 - 7x + 6 = 0$
⑤ $3x^2 - 27 = 0$

해설

③ $x = -\frac{1}{2}$, $x = -2$ 일 때 성립한다.

8. 이차방정식 $4x^2 - ax - 48 = 0$ 의 해가 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값과 그 때의 다른 한 근의 합을 구하면?

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$16 + 2a - 48 = 0$
$\therefore a = 16$

$4x^2 - 16x - 48 = 0$
$x^2 - 4x - 12 = 0$
$(x - 6)(x + 2) = 0$
$\therefore x = 6, \ -2$

$\therefore a + (\text{다른 한 근}) = 16 + 6 = 22$

9. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 4 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a + b - ab$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ $-\frac{8}{3}$ ④ -1 ⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$3x^2 - 4x - 4 = 0$

$(3x + 2)(x - 2) = 0$

$x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = 2$

$a + b - ab = -\frac{2}{3} + 2 - \left(-\frac{2}{3} \times 2\right) = \frac{8}{3}$

10. 두 이차방정식 $5x^2 - 8x + a = 0$, $x^2 - bx + 9 = 0$ 의 공통인 근이 1 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$5 \times 1^2 - 8 \times 1 + a = 0$ $\quad \therefore\ a = 3$

$1^2 - b + 9 = 0$ $\quad \therefore\ b = 10$

$\therefore\ a + b = 3 + 10 = 13$

11. 이차방정식 $2x^2-(k+3)x+2k=0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 값 들의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$2x^2-(k+3)x+2k = 2(x-a)^2$

$= 2x^2-4ax+2a^2$

$k+3=4a,\ 2a^2=2k$

$(k+3)^2=16k$

$k^2-10k+9=0$

$\therefore\ k=1,\ k=9$

(k의 값의 곱) $=1\times 9=9$

12. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$x^2 + 4x - 1 = (x + 2)^2 - 5 = 0$

$(x + 2)^2 = 5$

$a = 2,\ b = 5$

$\therefore\ ab = 10$

13. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$ax^2 + 2bx + c = 0 \, (a \neq 0)$

$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$

$x^2 + \frac{2b}{a}x + ① = -\frac{c}{a} + ①$

$(x + ②)^2 = ③$

$x = ④ \pm ⑤$

① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$ax^2 + 2bx + c = 0 \, (a \neq 0)$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$,

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$

$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$

$x + \frac{b}{a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$

$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

14. 이차방정식 $-2x^2+\frac{4}{3}x+2=0$ 을 풀면?

① $x=-3$ 또는 $x=2$
② $x=\frac{1\pm\sqrt{10}}{6}$
③ $x=\frac{-1\pm\sqrt{10}}{6}$
④ $x=\frac{1\pm\sqrt{10}}{3}$
⑤ $x=\frac{-1\pm\sqrt{10}}{3}$

해설

양변에 -3을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$6x^2-4x-6=0$

$\therefore x=\frac{4\pm\sqrt{16-4\cdot6\cdot(-6)}}{12}$

$=\frac{4\pm\sqrt{16+144}}{12}=\frac{1\pm\sqrt{10}}{3}$

15. 이차방정식 $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$ 이다.

$$a = \frac{2x^2 - 9x + 8}{x - 3}$$
$$= \frac{(x-3)(2x-3) - 1}{x-3}$$
$$= 2x - 3 - \frac{1}{x-3}$$

a 는 정수이므로 $x - 3 = \pm 1$ 이다.

$x = 2$ 또는 $x = 4$ 이므로

(i) $x = 2$ 일 때, $a = 2$

(ii) $x = 4$ 일 때, $a = 4$ 이다.

따라서 정수 a 의 값들의 합은 $2 + 4 = 6$ 이다.

16. 이차방정식 $(x+1)(x-3)-\dfrac{x^2+1}{4}=3(x-1)$의 근은?

① $x=0$ 또는 $x=\dfrac{20}{3}$　② $x=\dfrac{5\pm 2\sqrt{53}}{6}$

③ $x=\dfrac{10\pm 2\sqrt{53}}{3}$　④ $x=\dfrac{5\pm \sqrt{103}}{6}$

⑤ $x=\dfrac{10\pm \sqrt{103}}{3}$

해설

$(x^2-2x-3)-\dfrac{x^2+1}{4}=3x-3$

$4x^2-20x-x^2-1=0$

$3x^2-20x-1=0$

$\therefore\ x=\dfrac{10\pm \sqrt{103}}{3}$

17. 두 수 $a,\ b(a<b)$에 대하여 $(a-b)^2+2(a-b)-15=0$의 관계가 성립한다고 한다. $a+b=7$일 때, ab의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$a-b=t$로 치환하면
$t^2+2t-15=0$
$(t+5)(t-3)=0$
$\therefore\ t=-5$ 또는 $t=3$
$a<b$이므로 $t=a-b=-5$
$a+b=7$이므로 두 식을 연립하면 $a=1,\ b=6$
$\therefore\ ab=6$

18. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다

③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$ 이다.

④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다

⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1-a^2) = 4(1+a)(1-a)$
① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.
② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.
③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$
④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.
⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

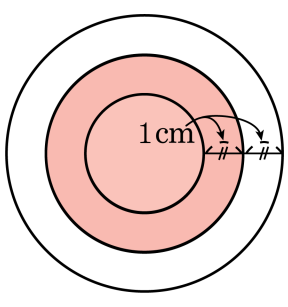
19. 어떤 수 x에 4를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 4배를 하였다. 그런데도 결과는 같았다. 이 때, x의 값은?(단, $x < 0$)

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$(x+4)^2 = 4(x+4)$
$x^2 + 4x = 0$
$x(x+4) = 0$
$\therefore\ x = -4 (\because x < 0)$

20. 다음 그림과 같이 원 세 개가 포개어져 있다. 가장 큰 원의 넓이가 나머지 두 원의 넓이의 합과 같을 때, 색칠한 부분의 넓이는?



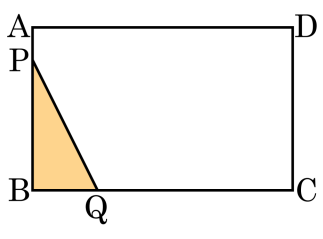
① $12\pi\text{cm}^2$ ② $13\pi\text{cm}^2$ ③ $14\pi\text{cm}^2$

④ $15\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

가장 작은 원의 반지름을 $r\,\text{cm}$ 이라 하면 가장 큰 원의 반지름은 $(r+2)\,\text{cm}$, 색칠한 원의 반지름은 $(r+1)\,\text{cm}$ 이 된다.
$\pi(r+2)^2 = \pi r^2 + \pi(r+1)^2$
$r^2 - 2r - 3 = 0 \rightarrow (r-3)(r+1) = 0,\ r = -1,\ 3$ 에서
$r > 0$ 이므로 $r = 3$
색칠한 원의 반지름은 4cm 이다.
따라서 색칠한 원의 넓이는 $4^2\pi = 16\pi(\,\text{cm}^2)$ 이다.

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 A 로부터 B 까지 매초 1cm 의 속력으로 움직이고, 점Q 는 변BC 위를 B 로부터 C 까지 매초 2cm 의 속력으로 움직이고 있다. P, Q 가 동시에 출발할 때, 몇 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 16cm^2 가 되는가?

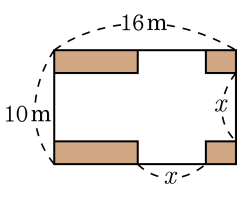


① 3 초 또는 5 초 ② 2 초 또는 8 초 ③ 5 초 또는 7 초
④ 2 초 또는 5 초 ⑤ 2 초 또는 7 초

해설

x 초 후의
$\overline{PB} = 10 - x, \overline{BQ} = 2x$
$\triangle PBQ = (10 - x) \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} = 16$
$\rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \rightarrow x = 2,\ 8$

22. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 16 m, 10 m인 직사각형 모양의 땅에 길을 만들려고 한다. 길을 제외한 땅의 넓이가 40 m^{2}일 때, x의 길이를 구하여라.



▶ 답: m

▷ 정답: 6 m

해설

길의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(16-x)$ m, 세로의 길이가 $(10-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$(16-x)(10-x)=40$

$x^2-26x+120=0$

$(x-6)(x-20)=0$

$\therefore\ x=6$(단, $0<x<10$)

23. 이차함수 $y = x^2 + px + 4$ 의 그래프가 점 $(1, 6)$ 을 지난다. 이 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y의 값이 증가하는 범위가 될 수 있는 것은?

① $x < 1$ ② $x < -1$ ③ $x > \frac{1}{2}$

④ $x > -\frac{1}{2}$ ⑤ $x > 2$

해설

$(1, 6)$을 대입하여 p 의 값을 구하면 $p = 1$ 이다.

$p = 1$ 을 대입하면 $y = x^2 + x + 4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 4 - \frac{1}{4}$ 이다.

따라서 축의 방정식은 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로 $x > -\frac{1}{2}$ 일 때 x 의 값이 증가할 때 y의 값은 증가한다. 따라서 ④이다.

24. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나는 것은?

① $y = x^2 + 1$
② $y = x^2 + 2x + 1$
③ $y = x^2 - 3x - 2$
④ $y = 2x^2 + 4x + 4$
⑤ $y = 3x^2 + 7x - 1$

해설

한 점에서 만나려면 중근을 가지므로 $D = 0$일 때이다.

25. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 60

해설

이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$은 중근을 갖는다.

$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$

$4(x^2 - 8x) = -k - 4$

$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$

$4(x-4)^2 = -k + 60$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$이다.

$\therefore\ k = 60$

26. 어떤 모임의 회원 n 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수가 90 가지 일 때, 모임의 회원 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

n 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수는 $n(n-1)$ 이다.

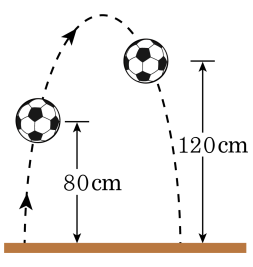
$n(n-1) = 90$

$n^2 - n - 90 = 0$ 이고,

$(n+9)(n-10) = 0$ 이다.

따라서 $n = 10$ (n 은 자연수) 이다.

27. 다음 그림은 지면으로부터 초속 50m 위로 던진 공의 x 초 후의 높이가 $(50x-5x^2)$m 이다. 위로 던진 공이 내려오면서 높이 120m 에서 터졌다면 처음으로 80m 를 도달해서 공이 터질 때까지의 시간을 구하여라.



▶ 답: 초

▷ 정답: 4 초

해설

처음으로 80m 에 도달했을 때까지의 시간은
$50x - 5x^2 = 80$ 이므로
$5x^2 - 50x + 80 = 0$
$x^2 - 10x + 16 = 0$
$(x-2)(x-8) = 0$
$x = 2$초 또는 8 초이다.
처음으로 80m 에 도달했을 때이므로 2 초이다.
두 번째로 120m 에 도달했을 때까지의 시간은
$50x - 5x^2 = 120$ 이므로
$5x^2 - 50x + 120 = 0$
$x^2 - 10x + 24 = 0$
$(x-4)(x-6) = 0$
$x = 4$초 또는6초이다.
두 번째로 120m 에 도달했을 때이므로 6 초이다.
따라서 처음으로 높이가 80m 인 지점을 지나 두 번째로 120m 인 지점까지의 시간은 2 초부터 6 초까지이므로 4 초 동안이다.

28. 이차함수 $y = 2(x+p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 $a,\ b,\ p$ 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$ ② 13 ③ $-\frac{11}{3}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$y = 2(x+p-1)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(1-p,\ \frac{1}{2}\right)$ 이므로 $1-p=2,\ p=-1,\ a=\frac{1}{2}$ 이다.

$y = 2(x-2)^2 + \frac{1}{2}$ 의 좌표가 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지나므로 $b = 2\left(-\frac{1}{2}-2\right)^2 + \frac{1}{2},\ b=13$ 이다.

$\therefore\ abp = \frac{1}{2}\times 13\times(-1) = -\frac{13}{2}$

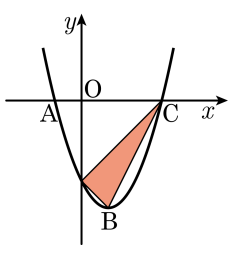
29. 이차함수 $y = -x^2+6x+4m-1$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $-2x+y+6 = 0$ 의 위에 있을 때, 상수 m 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -(x-3)^2+8+4m$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 4m+8)$ 이다. 꼭짓점이 직선 $-2x+y+6 = 0$ 을 지나므로 $-6+4m+8+6 = 0$, $4m = -8$, $m = -2$ 이다.

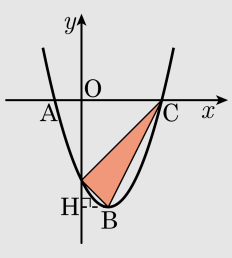
30. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 B, x 축과 만나는 한 점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



i) A(0, −3)

ii) $y = x^2 - 2x - 3$
$= (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3$
$= (x-1)^2 - 4$

$\therefore$ B(1, −4)

iii) $0 = x^2 - 2x - 3$
$= (x-3)(x+1)$

$\therefore$ $x = 3$ 또는 $x = -1$
양수인 x 절편이므로 C(3, 0) 이다.

iv) $\triangle ABC$
$= \square OHBC - \triangle OAC - \triangle AHB$
$= \frac{1}{2} \times (3+1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1$
$= 8 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 3$