1. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근이 $x = \dfrac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A - B$ 의 값은?

① -14　② 14　③ 20　④ -20　⑤ 17

해설

$x = \dfrac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$ 이므로 $A = 3,\ B = 17$

$\therefore\ A - B = -14$

2. 다음 이차함수의 그래프 중에서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{4}x^2$ ② $y = -\frac{1}{4}x^2$ ③ $y = 2x^2$
④ $y = -2x^2$ ⑤ $y = -x^2$

해설

$y = kx^2$ $(k > 0)$ 의 꼴은 아래로 볼록하고, k 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

3. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x = 4$ 일 때 $y = -8$ 이다. x 의 값이 -3 에서 -1 까지 2 만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = ax^2$, $f(4) = -8$ 이므로

$-8 = a \times 4^2,\ a = -\frac{1}{2}$

$y = -\frac{1}{2}x^2$

$f(-3) = -\frac{1}{2} \times (-3)^2 = -\frac{9}{2}$

$f(-1) = -\frac{1}{2} \times (-1)^2 = -\frac{1}{2}$

$\therefore -\frac{1}{2} - \left(-\frac{9}{2}\right) = 4$

4. 이차함수 $y = -(x+1)^2$ 의 y의 값의 범위는?

① $y \geq -1$　② $y \leq -1$　③ $y \geq 0$
④ $y \leq 0$　⑤ $y \geq 1$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.

5. $y = (k+1)(k-2)x^2 - 5x + 3$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 <u>없는</u> 것을 모두 골라라.

㉠ 1	㉡ 2	㉢ 3	㉣ −1	㉤ −2
㉥ −3				

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $(k+1)(k-2) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 2$ 이다.

6. 다음 이차방정식 중에서 [ ] 안의 수가 해가 되는 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① $(x-3)^2 = 4x$ [1]

② $(x+2)(x-3) = 14$ [-1]

③ $x^2 + 2x - 3 = 0$ [3]

④ $x^2 = -4x + 12$ [-2]

⑤ $2x(x-3) = 0$ [0]

해설

[ ] 안의 수를 각 식의 x에 대입하여 성립하는 것을 찾는다.
① $(x-3)^2 = 4x$에 $x = 1$을 대입하면 $4 = 4$가 되어 성립한다.
⑤ $2x(x-3) = 0$에 $x = 0$을 대입하면 $0 = 0$이 되어 성립한다.

7. 이차방정식 $x^2 + x + 3k = 0(k \neq 0)$ 의 한 근이 k 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 식에 k 를 대입하면

$k^2 + k + 3k = 0,\ k^2 + 4k = 0$

$k(k+4) = 0$

$\therefore\ k = -4(k \neq 0)$

8. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

보기

$x^2 - 2x - 8 = 0$, $x^2 + x - 20 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) = 0$

$\therefore\ x = 4,\ -2$

$x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4) = 0$

$\therefore\ x = 4, -5$

따라서 공통근은 $x = 4$ 이다.

9. 다음에 주어진 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x^2 - 4 = 0$

㉡ $x^2 = 8x - 16$

㉢ $(3x+1)^2 = 1$

㉣ $x^2 = 0$

㉤ $(4x-1)(x+2) = 3x - 3$

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

중근을 갖는 이차방정식은 $(ax+b)^2 = 0$의 꼴이다.

㉡ $x^2 = 8x - 16 \leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \leftrightarrow (x-4)^2 = 0$

$\therefore\ x = 4$ (중근)

㉣ $x^2 = 0$

$\therefore x = 0$ (중근)

㉤ $(4x-1)(x+2) = 3x - 3 \leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0$

$(2x+1)^2 = 0$

$\therefore\ x = -\frac{1}{2}$ (중근)

10. 두 이차방정식이 중근을 가질 때, $n-m$ 의 값을 구하여라.

$x^2-6x=m,\ (x-5)^2=n$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2-6x-m=0$ 이 중근을 가지려면 $(x-3)^2=0$ 꼴이 되어야 한다.

$\therefore\ -m=9,\ m=-9$

$(x-5)^2=n$ 이 중근을 가지려면 $n=0$ 이어야 한다.

$\therefore\ n-m=0-(-9)=9$

11. 이차방정식 $(x-2)^2=5$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$(x-2)^2=5$

$\therefore x=2\pm\sqrt{5}$

두 근의 곱을 구하면

$(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})=4-5=-1$

12. 다음 이차방정식 $2x^2-4x+k=0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $k=2$ 이면 $x=1$ 인 중근을 갖는다.
㉡ $k=0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.
㉢ $k=-6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.
㉣ $k<2$ 이면 근이 없다.

① ㉢, ㉣　　② ㉠, ㉡, ㉢　　③ ㉠, ㉡
④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣　　⑤ ㉣

해설

㉠ $k=2$ 일 때 $2x^2-4x+2=0$
$x^2-2x+1=(x-1)^2=0 \therefore x=1$ (중근)
㉡ $k=0$ 일 때 $2x^2-4x=0$
$x^2-2x=x(x-2)=0 \therefore\ x=0,\ 2$ 이므로 두 근의 곱은 0
㉢ $k=-6$ 일 때 $2x^2-4x-6=0$
$x^2-2x-3=(x-3)(x+1)=0$
$x=3,\ -1$ 이므로 두 근의 합은 2
㉣ $D/4=4-2k$ 에서 $4-2k>0$
$k<2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.
$\therefore$ 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

13. 자연수 1에서 n 까지의 합을 구하는 식을 나타낸 것이다. 이 식을 이용하여 1 부터 $\boxed{}$ 까지를 더하면 그 합이 28 이라고 할 때, 빈 칸에 들어갈 수를 구하여라.

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 28$ 이므로

$n^2 + n - 56 = 0$

$(n+8)(n-7) = 0$

$n > 0$ 이므로 $n = 7 (\because n > 0)$

14. 둘레의 길이가 32cm 이고, 넓이가 56cm^2 인 직사각형의 가로의 길이를 x 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $x(32-x)=56$
② $x(16-x)=28$
③ $x(32-x)=28$
④ $x(16-x)=56$
⑤ $x(32-x)=112$

해설

가로의 길이를 $x$cm 라 하면, 세로의 길이는 $(16-x)$cm 이다.
$\therefore x(16-x)=56$

15. 다음 중 원점을 꼭짓점, y 축을 축으로 하고 점 $(-1,\ 3)$ 을 지나는 포물선의 방정식은?

① $y=(x-1)^2+3$　　② $y=(x+1)^2+3$

③ $y=x^2+2$　　④ $y=x^2+3$

⑤ $y=3x^2$

해설

원점을 꼭짓점으로 하고 y 축을 축으로 하는 포물선의 식은 $y=ax^2$ 이고, 점 $(-1,\ 3)$ 을 지나므로

$3=a\times(-1)^2$, $a=3$

$\therefore y=3x^2$

16. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시키면 점 $(2,\ a)$를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

① -1　② -2　③ -3　④ -4　⑤ -5

해설

$y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 함수의 식은$y = -3(x-3)^2$ 이고, 점 $(2,\ a)$ 를 지나므로

$a = -3(2-3)^2$

$\therefore a = -3$

17. 다음은 이차방정식 $ax^2+2bx+c=0\ (a\neq 0)$을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2-ac\geq 0$)

$ax^2+2bx+c=0\,(a\neq 0)$

$x^2+\frac{2b}{a}x=-\frac{c}{a}$

$x^2+\frac{2b}{a}x+①=-\frac{c}{a}+①$

$(x+②)^2=③$

$x=④\pm⑤$

① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2-ac}{a^2}$
④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2-ac}}{a^2}$

해설

$ax^2+2bx+c=0\,(a\neq 0)$
양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면
$x^2+\frac{2b}{a}x=-\frac{c}{a}$,
양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면
$x^2+\frac{2b}{a}x+\frac{b^2}{a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{a^2}$
$\left(x+\frac{b}{a}\right)^2=\frac{b^2-ac}{a^2}$
$x+\frac{b}{a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-ac}}{a}$
$x=-\frac{b}{a}\pm\frac{\sqrt{b^2-ac}}{a}$
∴ ⑤가 잘못 되었다.

18. $0 < a < b$ 이고, $(a-b+3)(a-b-2) = 6$ 일 때, $a-b$ 의 값은?

① 3　　② -4　　③ -3　　④ 7　　⑤ 1

해설

$a-b=t$ 로 치환하면 $t^2+t-12=0$

$(t+4)(t-3)=0$

$\therefore\ t=-4$ 또는 $t=3$

$0<a<b$ 이므로 $t=a-b<0$

$\therefore\ a-b=-4$

19. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다

③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$ 이다.

④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다

⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1-a^2) = 4(1+a)(1-a)$

① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$

④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.

⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

20. 이차방정식 $x^2 - 6x + m - 1 = 0$의 근의 개수가 1개일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 6x + m - 1 = 0$ 이 중근을 가져야 하므로 $m - 1 = 9$이다.
$\therefore m = 10$

21. 차가 5 인 두 자연수의 곱이 126 일 때, 두 수 중 작은 수로 알맞은 것을 고르면?

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$x(x+5)=126$
$x^2+5x-126=0$
$(x+14)(x-9)=0$
$x=9$ 또는 $x=-14$
따라서 x 는 자연수이므로 $x=9$ 이다.

22. 지상에서 20m 의 높이에 있는 건물의 옥상에서 초속 30m 로 똑바로 위로 던진 공의 x 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 성립한다. 공이 다시 건물의 옥상으로 떨어질 때까지 걸리는 시간은?

① 2 초 ② 4 초 ③ 6 초 ④ 8 초 ⑤ 10 초

해설

$h = -5x^2 + 30x + 20$ 에서 공이 옥상에 떨어지는 것은 높이 h 가 20 이 될 때이다.

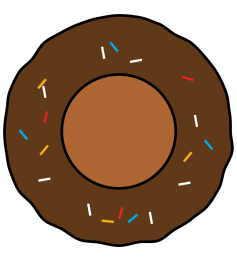
$20 = -5x^2 + 30x + 20 \Leftrightarrow x^2 - 6x = 0$

$x(x-6) = 0$

$x = 0$ 또는 $x = 6$

$x > 0$ 이므로 $x = 6$

23. 다음 그림과 같이 원 모양의 빵의 둘레에 폭이 20 cm 인 크림을 바르려고 한다. 크림의 넓이가 빵과 크림의 넓이의 합의 $\frac{3}{4}$ 이라고 할 때, 빵의 반지름은?



① 17　　② 19　　③ 20

④ 22　　⑤ 23

해설

빵의 반지름을 x cm 라 하면

$\pi(x+20)^2 - \pi x^2 = \frac{3}{4}\pi(x+20)^2$

$\frac{1}{4}\pi(x+20)^2 = \pi x^2$

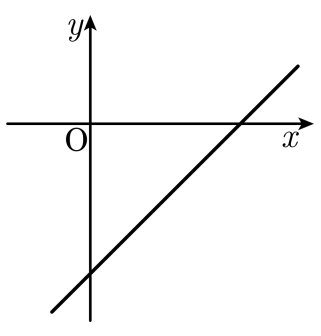
$(x+20)^2 = 4x^2$

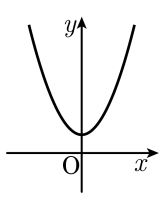
$3x^2 - 40x - 400 = 0$

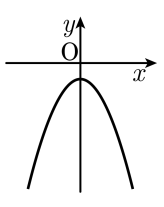
$(x-20)(3x+20) = 0$

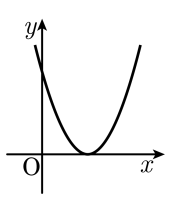
$\therefore\ x = 20\ (\because\ x > 0)$

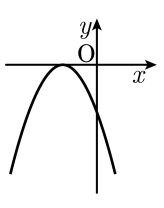
24. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?

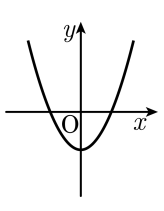


①


②


③


④


⑤


해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
$a > 0, b < 0$ 이다.

25. 이차함수 $y = x^2 - 2x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < 2$

해설

$D/4 = (-1)^2 - (k-1) > 0,\ 1 - k + 1 > 0 \ \therefore\ k < 2$