

1. $-4 \leq x \leq a$, $1 \leq y \leq 5$ 에서 $\frac{1}{2}x + 3y$ 의 최댓값이 16일때, a 는?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$-4 \leq x \leq a \text{에서 } -2 \leq \frac{1}{2}x \leq \frac{a}{2} \dots \textcircled{1}$$

$$1 \leq y \leq 5 \text{ 이므로 } 3 \leq 3y \leq 15 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{을 하면 } 1 \leq \frac{1}{2}x + 3y \leq \frac{a}{2} + 15$$

따라서 최댓값이 16이므로 $a = 2$

2. 두 점 A (-2,2), B (5,5) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① (1,0)

② $(\frac{3}{2}, 0)$

③ (2,0)

④ (3,0)

⑤ (4,0)

해설

x 축 위의 점을 P (x,0)이라 하면, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로
 $(x+2)^2 + 2^2 = (x-5)^2 + 5^2 \Rightarrow 14x = 42 \Rightarrow x = 3$
 $\therefore P (3,0)$

3. 직선 $y = -2x + 4$ 에 평행하고, 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = \frac{1}{2}x + 1$ ② $y = -2x - \frac{1}{2}$ ③ $y = -2x - 2$
④ $y = -2x + 1$ ⑤ $y = 2x - 1$

해설

두 직선이 평행하므로 기울기가 같고 구하고자 하는 직선의 기울기는 -2

따라서 기울기가 -2 이고, 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y + 3 = -2(x - 2)$$

$$\therefore y = -2x + 1$$

4. 모든 실수 x, y 에 대하여 $\sqrt{mx^2 - mx + 2}$ 가 0이 아닌 실수가 될 실수 m 의 값의 범위는?

- ① $0 < m < 4$ ② $4 \leq m \leq 8$ ③ $0 \leq m < 8$
④ $4 < m \leq 8$ ⑤ $m \geq 8$

해설

$\sqrt{mx^2 - mx + 2}$ 가 0이 아닌 실수가 되려면 $mx^2 - mx + 2 > 0$ 이어야 한다.

i) $m = 0$ 일 때 $0 \cdot x^2 - 0 \cdot x + 2 > 0$ 이므로 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립한다.

ii) $m \neq 0$ 일 때 $mx^2 - mx + 2 > 0$ 가 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립하려면

$m > 0 \dots \text{㉠}$

또 이차방정식 $mx^2 - mx + 2 = 0$ 의 판별식을

D 라 할 때

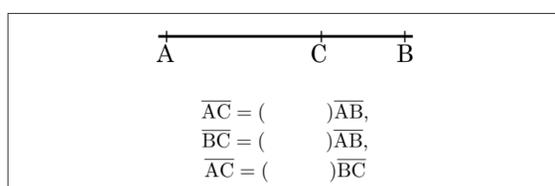
$$D = (-m)^2 - 8m < 0, m(m-8) < 0$$

$$\therefore 0 < m < 8 \dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $0 < m < 8$

i), ii)에서 $0 \leq m < 8$

5. 다음 그림에서 $\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 2$ 이다. 다음 빈칸에 적합한 수를 채워라.(단, 기약분수 형태로 써라).



▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{5}$

▷ 정답: $\frac{2}{5}$

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} = 3 : 5$ 이므로 $\overline{AC} = \frac{3}{5} \overline{AB}$ 이다.

$\overline{BC} : \overline{AB} = 2 : 5$ 이므로 $\overline{BC} = \frac{2}{5} \overline{AB}$ 이다.

$\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AC} = \frac{3}{2} \overline{CB}$ 이다.

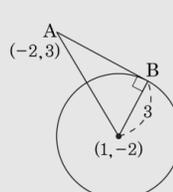
6. 점 A(-2, 3) 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B 라 할 때, AB 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 &= 0 \\(x - 1)^2 + (y + 2)^2 &= 3^2 \\ \text{원의 중심은 } (1, -2), \text{ 반지름은 } 3 \text{ 이므로} \\ \overline{AB} &= \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5\end{aligned}$$



7. 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 점은 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 점과 같다. 이때, 상수 b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

- (i) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2 \cdot 3 - 1)$ 즉, $(5, 5)$
점 $(5, 5)$ 를 다시 y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(5, 5 + 4)$ 즉, $(5, 9)$
(ii) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2b - 1)$
(i), (ii)로부터 $2b - 1 = 9 \quad \therefore b = 5$

8. 부등식 $|x-1| \leq 3x-1$ 의 해를 바르게 구한 것은?

① $x > 0$

② $x \geq 0$

③ $x \geq \frac{1}{2}$

④ $x \geq 1$

⑤ $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때

$x-1 \leq 3x-1, 2x \geq 0$ 이므로 $x \geq 0$ \therefore 조건과의 공통범위는 $x \geq 1$

(ii) $x < 1$ 일 때

$$-(x-1) \leq 3x-1, 4x \geq 2, x \geq \frac{1}{2}$$

\therefore 조건과의 공통범위는 $\frac{1}{2} \leq x < 1$

(i), (ii)에서 $x \geq \frac{1}{2}$

9. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

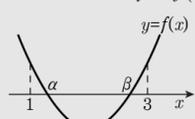
▶ 답:

▷ 정답: 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a+4)(a-4) > 0$
 $\therefore a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$

$\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$

$\therefore 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4$, $\beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

10. 다음 두 식을 동시에 만족하는 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하면?

$$\begin{aligned} |x^2 - 2x| &= y - 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{A} \\ y &\leq x + 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{B} \end{aligned}$$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

\textcircled{A} 에서 $y = |x^2 - 2x| + 1$ 이므로
 \textcircled{B} 에 대입하면 $|x^2 - 2x| \leq x$
 (i) $x^2 - 2x \geq 0$ ($x \leq 0, x \geq 2$) 일 때
 $x^2 - 2x \leq x$
 $\therefore x(x-3) \leq 0$
 $\therefore 0 \leq x \leq 3$
 조건과 공통 범위를 구하면 $x = 0, 2 \leq x \leq 3$
 (ii) $x^2 - 2x < 0$ ($0 < x < 2$) 일 때
 $-(x^2 - 2x) \leq x$
 $\therefore x(x-1) \geq 0$
 $\therefore x \leq 0, x \geq 1$
 조건과 공통 범위를 구하면 $1 \leq x < 2$
 (i), (ii)에서 정수 x 를 구하면 $x = 0, 1, 2, 3$
 x 의 값을 \textcircled{A} 에 차례로 대입하면 $y = 1, 2, 1, 4$
 구하는 순서쌍 (x, y) 는
 $(0, 1), (1, 2), (2, 1), (3, 4)$
 따라서 구하는 개수는 4 개다.