1. 점 $(1, 2)$ 를 지나고, y 축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

점 $(1,\ 2)$ 를 지나고 y 축에 평행한 직선이므로
$\therefore\ x = 1$

2. 세 점 P(1, 0), Q(0, −1), R(2, 2)을 지나는 원의 방정식은 $x^2+y^2+ax+by+c=0$이다. 이때, $a+c$의 값은?

① −1 ② −2 ③ −3 ④ 2 ⑤ 3

해설

P, Q, R의 좌표를 원의 방정식에 각각 대입하면

$$\begin{cases} 1+a+c=0 & \cdots ㉠ \\ 1-b+c=0 & \cdots ㉡ \\ 2a+2b+c+8=0 & \cdots ㉢ \end{cases}$$

∴ ㉠에서 $a+c=-1$

3. x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(-2, 4)$ 가 점 $(6, -2)$ 로 옮겨진다. 이때, 상수 m, n 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

점 $(-2,\ 4)$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼,
y 축의 방향으로 n 만큼 옮기면
$(-2+m,\ 4+n)$ 이고
이 점이 $(6, -2)$ 와 일치하므로
$-2+m=6 \quad \therefore m=8$
$4+n=-2 \quad \therefore n=-6$
따라서, 구하는 $m,\ n$ 의 값의 합은 $8+(-6)=2$

4. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $A > B > 0$, $C > D > 0$이면 $AC > BD$이다.
② $A > B$, $C > D$이면 $A + C > B + D$이다.
③ $A > B > 0$이면 $A^2 > B^2$이다.
④ $A > B$이면 $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$이다.
⑤ $A > 0 > B$이면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$이다.

해설

④ 만약 $B < 0 < A$인 경우라면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$가 되어 주어진 문장은 틀리다.

5. 이차부등식 $x^2+2ax+4a+5>0$이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립할 때 이를 만족하는 정수 a의 값이 <u>아닌</u> 것은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

이차부등식 $x^2+2ax+4a+5>0$
이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립하므로

$\frac{D}{4}=a^2-(4a+5)<0$

$a^2-4a-5<0$, $(a-5)(a+1)<0$

$\therefore -1<a<5$

따라서 정수 a는 0, 1, 2, 3, 4이다.

6. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $\frac{1}{14}<x<\frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2-2bx+a<0$ 의 해는?

① $x<-7$ 또는 $x>-5$　　② $-7<x<-5$

③ $-7<x<5$　　④ $5<x<7$

⑤ $x<5$ 또는 $x>7$

해설

$ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $\frac{1}{14}<x<\frac{1}{10}$ 이므로

$(14x-1)(10x-1)<0,\ 140x^2-24x+1<0$

$-140x^2+24x-1>0 \Leftrightarrow ax^2+bx+c>0$

$\therefore a=-140, b=24, c=-1 \cdots$ (가)

(가)를 $4cx^2-2bx+a<0$ 에 대입하면

$-4x^2-48x-140<0$

$x^2+12x+35>0,\ (x+7)(x+5)>0$

$\therefore x<-7$ 또는 $x>-5$

7. 원 $x^2+y^2+ax+by=0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식이 $x^2+y^2+(2-b)x+(2a-4)y=0$ 일 때, 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

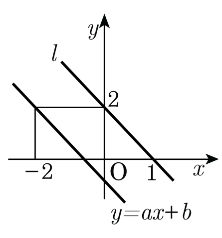
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

원 $x^2+y^2+ax+by=0$ 을
y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
$(-x)^2+y^2+a(-x)+by=0$
즉, $x^2+y^2-ax+by=0$
이것이 $x^2+y^2+(2-b)x+(2a-4)y=0$ 과
같으므로 계수를 비교하면
$-a=2-b,\ b=2a-4$
두 식을 연립하여 풀면 $a=6,\ b=8$
$\therefore\ a+b=6+8=14$

8. 다음 직선 l 과 평행하면서 점 $(-2,\ 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y=ax+b$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값은 ?



① -4 ② -3 ③ -2

④ -1 ⑤ 0

해설

그림의 직선의 기울기는 -2 이므로
구하는 직선은 기울기가 -2 이고 점 $(-2,\ 2)$ 를 지난다.
$y-2=-2(x+2),\ y=-2x-2$
$y=-2x-2,\ a=-2, b=-2$ 이므로,
$\therefore\ a+b=-4$

9. 원 $x^2+y^2-4x-6y+3=0$ 위의 점 $(3,\ 0)$에서의 접선의 방정식을 구하면 $ax+by=3$이 될 때, $a-b$의 값은?

① -2　　② -1　　③ 1　　④ 3　　⑤ 4

해설

공식 $x_1x+y_1y-4\cdot\dfrac{(x_1+x)}{2}-6\cdot\dfrac{(y_1+y)}{2}+3=0$에 의해

$3x+0-2x-6-3y+3=0$

$\rightarrow x-3y=3$이 된다.

$\therefore a=1,\quad b=-3$

10. 세 점 $A(5,\ 0)$, $B(0,\ 3)$, $C(0,\ -3)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$의 외심의 좌표는?

① $O\left(\frac{5}{8},\ 0\right)$ ② $O\left(\frac{8}{5},\ 0\right)$ ③ $O\left(0,\ \frac{5}{8}\right)$
④ $O\left(0,\ \frac{8}{5}\right)$ ⑤ $O(0,\ 0)$

해설

두 점 $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ 사이의 거리
$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같으므로
$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{CO}$ 에서
$\sqrt{x^2 + (y-3)^2} = \sqrt{x^2 + (y+3)^2}$
양변을 제곱하여 정리하면 $y = 0 \cdots$ ①
$\overline{AO} = \overline{BO}$ 에서
$\sqrt{(x-5)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y-3)^2}$
양변을 제곱하여 정리하면 $10x - 6y = 16$
즉 $5x - 3y = 8 \cdots$ ②
①과 ②에서 $x = \frac{8}{5}$, $y = 0$
따라서 외심의 좌표는 $O\left(\frac{8}{5},\ 0\right)$이다.