

1. 다음 식을 바르게 인수분해 한 것은?

$$x^2(y-1) + (1-y)$$

- ① $(x+y)(x-y)(x+1)$ ② $(x+1)(x-y)(y-1)$
③ $(x+1)(y-1)(x+y)$ ④ $(x+1)(x-1)(y-1)$
⑤ $x^2(y-1)$

해설

$$\begin{aligned}x^2(y-1) + (1-y) &= x^2(y-1) - (y-1) \\&= (x^2-1)(y-1) \\&= (x+1)(x-1)(y-1)\end{aligned}$$

2. x 가 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 해를 구하면?

① $-3, 4$

② $-4, 4$

③ $-3, 3$

④ $-4, 5$

⑤ $-2, 3$

해설

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -3$$

3. $3x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 해를 구하면 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 이다. 이때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$3x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -1$$

$$3(x - 1)^2 = 2$$

$$(x - 1)^2 = \frac{2}{3}$$

$$x - 1 = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$$

$$A = 3, B = 6$$

$$\therefore A + B = 9$$

4. 이차방정식 $x^2 + 5x + 2 - k = 0$ 의 해가 없도록 하는 k 값의 범위는?

① $k \geq -\frac{17}{4}$

② $k > -\frac{17}{4}$

③ $k = -\frac{17}{4}$

④ $k < -\frac{17}{4}$

⑤ $k \leq -\frac{17}{4}$

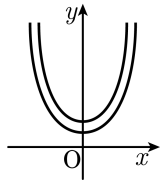
해설

$$D = 5^2 - 4(2 - k) = 25 - 8 + 4k < 0$$

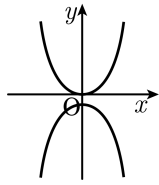
$$\therefore k < -\frac{17}{4}$$

5. 다음 중 두 그래프가 x 축에 대하여 서로 대칭인 것은?

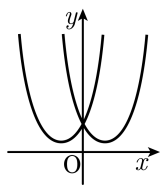
①



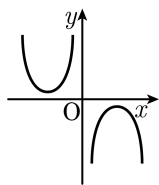
②



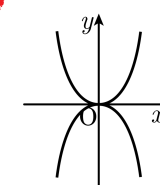
③



④



⑤



해설

그래프를 x 축을 기준으로 반대방향으로 그린 것이다.

6. 다음 이차함수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $y = 2x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② $y = -\frac{1}{3}x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이다.
- ③ $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 대칭축은 $x = 0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ④ $y = 2x^2$ 은 $y = -2x^2$ 과 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $y = \frac{5}{2}x^2$ 의 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

$y = 2x^2$ 은 $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

7. 이차함수 $y = 5x^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 5x^2 - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = 5x^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 5x^2 - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $2 - (-2) = 4$ 만큼 평행이동한 것이다.

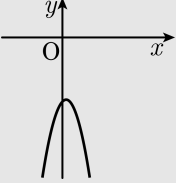
8. 다음 이차함수 중 그래프가 모든 사분면을 지나는 것은?

- ① $y = x^2 - 4x + 2$
- ② $y = -3x^2 + x - 3$
- ③ $y = x^2 - 2x - 3$
- ④ $y = -2x^2 + 8x - 7$
- ⑤ $y = 2x^2 - 4x + 2$

해설

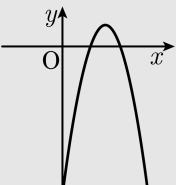
① $y = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$
꼭짓점이 (2, -2)로 제 4사분면에 있고, y 절편은 2인 아래로 볼록한 그래프로, 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

② $y = -3x^2 + x - 3 = -3(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} - \frac{1}{36}) - 3 = -3(x - \frac{1}{6})^2 - \frac{35}{12}$
꼭짓점은 ($\frac{1}{6}$, $-\frac{35}{12}$)이고, y 절편이 -3이면서 위로 볼록한 그래프로, 제 3, 4 사분면을 지난다.



③ $y = x^2 - 2x - 3 = (x - 2)^2 - 4$
꼭짓점은 (1, -4)이고, y 절편이 -3이면서 아래로 볼록한 그래프로, 모든 사분면을 지난다.

④ $y = -2x^2 + 8x - 7 = -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 7 = -2(x - 2)^2 + 1$
꼭짓점은 (2, 1)이고, y 절편이 -7이면서 위로 볼록한 그래프로, 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.



⑤ $y = 2x^2 - 4x + 2 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 2 = 2(x - 1)^2$
꼭짓점은 (1, 0)이고, y 절편이 2이면서 아래로 볼록한 그래프로, 제 1, 2 사분면을 지난다.

9. 이차방정식 $x^2 + 6x + a = 0$ 의 한 근이 $-3 + \sqrt{10}$ 일 때, 다른 한 근과 a 의 값이 옳게 짝지어진 것은?

① $3 - \sqrt{10}, a = -1$

② $3 + \sqrt{10}, a = -1$

③ $-3 - \sqrt{10}, a = -19$

④ $3 - \sqrt{10}, a = -19$

⑤ $-3 - \sqrt{10}, a = -1$

해설

주어진 방정식의 다른 한 근을 α 라 하면, 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + (-3 + \sqrt{10}) = -6$$

$$\therefore \alpha = -3 - \sqrt{10}$$

두 근의 곱에서

$$a = (-3 + \sqrt{10})(-3 - \sqrt{10}) = 9 - 10 = -1$$

10. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 이 중근 $x = 1$ 을 갖는다고 할 때, a, b 의 값은?

① $a = -4, b = 4$

② $a = 2, b = -4$

③ $a = -4, b = 2$

④ $a = -4, b = -2$

⑤ $a = 4, b = 2$

해설

중근 1 을 가지려면

$$(x-1)^2 = 0$$

$x^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 양변에 2 를 곱하면

$$2x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\therefore a = -4, b = 2$$

11. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 2x - 4 = 0$

② $2x^2 - 5x + 3 = 0$

③ $x^2 - 4x + 5 = 0$

④ $x^2 - 4x + 4 = 0$

⑤ $3x^2 - 10x + 5 = 0$

해설

판별식 $D < 0$ 이면 이차방정식의 해가 없다.

① $\frac{D}{4} = 1 + 4 = 5 > 0$

② $D = 25 - 24 = 1 > 0$

③ $\frac{D}{4} = 4 - 5 = -1 < 0$

④ $\frac{D}{4} = 4 - 4 = 0$

⑤ $\frac{D}{4} = 25 - 15 = 10 > 0$

12. 연속한 두 자연수의 제곱의 합이 41 일 때, 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

해설

연속한 두 자연수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x^2 + (x + 1)^2 = 41$$

$$2x^2 + 2x - 40 = 0$$

$$(x - 4)(x + 5) = 0$$

$x = 4$ 또는 $x = -5$ 이다.

$x > 0$ 이므로 $x = 4$, $x + 1 = 5$ 이다.

13. 가로와 세로의 길이가 3 : 4 이고, 넓이가 72cm^2 인 직사각형의 세로의 길이를 구하여라

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$ cm

해설

두 변의 길이를 각각 $3k$, $4k$ 라고 하면

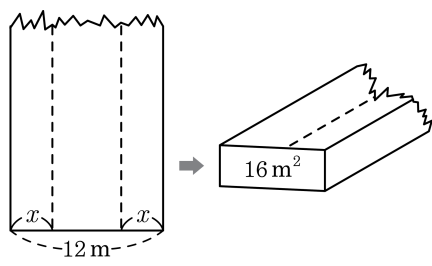
$$(3k) \times (4k) = 72, 12k^2 = 72, k^2 = 6, k = \pm\sqrt{6}$$

$$k > 0$$

$$\text{이므로 } k = \sqrt{6}$$

$$\therefore \text{세로의 길이는 } 4\sqrt{6}\text{cm}$$

14. 다음 그림과 같이 너비가 12m 인 철판을 직사각형 모양으로 접어서 대형 수로를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 16 m^2 일때, x 의 값을 구하는 식으로 옳은 것은?



- ① $x^2 - 8x + 6 = 0$ ② $2x^2 - 5x + 8 = 0$
 ③ $8x^2 - 6x + 1 = 0$ ④ $x^2 - 6x + 8 = 0$
 ⑤ $6x^2 - x + 8 = 0$

해설

$$\begin{aligned} (12 - 2x)x &= 16 \\ 2x^2 - 12x + 16 &= 0 \\ \therefore x^2 - 6x + 8 &= 0 \end{aligned}$$

15. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.
- ㉡ $y = 2x^2$ 와 $y = \frac{1}{2}x^2$ 은 x 축에 대하여 대칭이다.
- ㉢ $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ㉣ $y = ax^2$ 의 대칭축은 x 축이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

㉡ $y = 2x^2$ 와 $y = -2x^2$ 이 x 축에 대하여 대칭이다.

㉣ $y = ax^2$ 의 대칭축은 y 축이다.

16. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것을 골라라.

㉠ $y = 3x^2 - 1$	㉡ $y = -x^2 - 2$
㉢ $y = -\frac{1}{2}x^2$	㉣ $y = \frac{1}{3}x^2$
㉤ $y = -5x^2 + \frac{1}{3}$	㉥ $y = 5x^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

x^2 의 계수가 음수이면서 절댓값이 가장 큰 이차함수를 찾는다.

17. 포물선 $y = -2x^2 + 2mx - 6$ 의 축이 $x = 1$ 일 때, m 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

축의방정식 $x = 2$ 이므로

$$y = -2x^2 + 2mx - 6$$

$$= -2 \left(x^2 - mx + \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{4} \right) - 6$$

$$= -2 \left(x - \frac{m}{2} \right)^2 + \frac{m^2}{2} - 6$$

$$\frac{m}{2} = 1$$

$$\therefore m = 2$$

18. 다음은 이차식을 완전제곱식으로 나타내는 과정이다. A, B, C, D 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라.(단, $D > 0$)

보기

$$\textcircled{\text{㉠}} \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x + A = \left(\frac{1}{2}x + B\right)^2 \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2}B \times 2 = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{3}$$

$$A = B^2 \text{ 이므로 } A = \frac{1}{9}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} 9y^2 + Cy + 25 = (Dy - 5)^2 \text{ 이므로}$$

$$D = \sqrt{9} = 3, C = -5D \times 2 = -10D = -30$$

따라서 가장 큰 수는 3, 가장 작은 수는 -30

그러므로 $3 - (-30) = 33$ 이다.

19. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x+4a} + \sqrt{x-4a+8}$ 을 간단히 하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\sqrt{x} = a - 1$ 의 양변을 제곱하면 $x = (a - 1)^2$

$\sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9}$

$= \sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-3)^2}$

$= |a+1| + |a-3|$

$= a+1 - a+3 = 4$

20. $(x + y + 4)(x - y + 4) - 16x$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x - y + 4)$

② $(x + y - 4)^2$

③ $(x - y - 2)(x + y + 8)$

④ $(x + y - 4)(x - y - 4)$

⑤ $(-x - y + 4)(x - y + 4)$

해설

$$\begin{aligned}x + 4 &= t \text{ 라 하면} \\(t + y)(t - y) - 16x \\&= t^2 - y^2 - 16x \\&= (x + 4)^2 - 16x - y^2 \\&= (x^2 + 8x + 16 - 16x) - y^2 \\&= (x^2 - 8x + 16) - y^2 \\&= (x - 4)^2 - y^2 \\&= (x + y - 4)(x - y - 4)\end{aligned}$$

21. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때,
 $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x+2 &= A, \quad 3x-1 = B \text{로 치환하면} \\2A^2 + AB - B^2 &= (2A-B)(A+B) \\&= (2x+4-3x+1)(x+2+3x-1) \\&= -(x-5)(4x+1) \\\therefore ab+cd &= 1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1\end{aligned}$$

22. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 자연수 4부터 n 까지의 합이 85일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$(4 + 5 + 6 + \cdots n) = (1 + 2 + \cdots n) - (1 + 2 + 3)$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - 6 = 85 \text{ 이므로}$$

$$n(n+1) = 182$$

$$n^2 + n - 182 = 0$$

$$(n-13)(n+14) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 13 \text{ 이다.}$$

23. $x = -3 + \sqrt{5}$, $y = 3 + \sqrt{5}$ 일 때 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned}y - x &= 3 + \sqrt{5} - (-3 + \sqrt{5}) \\&= 3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} = 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}xy &= (-3 + \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) \\&= (\sqrt{5} - 3)(\sqrt{5} + 3) \\&= 5 - 9 = -4\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{y - x}{xy} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

24. $a - b = 5$, $ab = -6$ 일 때, $a^3 - b^3 - a^2b + ab^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^3 - a^2b + ab^2 &= a^3 - a^2b + ab^2 - b^3 \\ &= a^2(a - b) + b^2(a - b) \\ &= (a^2 + b^2)(a - b) \\ &= \{(a - b)^2 + 2ab\}(a - b) \\ &= \{5^2 + 2 \times (-6)\} \times 5 \\ &= 65 \end{aligned}$$

25. 두 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = -\frac{1}{4}x^2 + 20$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 내부에 있는 점의 좌표를 (x, y) 라 할 때, 순서쌍의 개수를 구하여라. (단, x, y 는 자연수이다.)

▶ 답: 개

▷ 정답 : 56 개

해설

두 그래프의 교점의 x 좌표를 구하면

$$\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{4}x^2 + 20$$

$$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{80}{3}}$$

이때 두 그래프로 둘러싸인 영역의 x 좌표의 범위가 $-\sqrt{\frac{80}{3}} <$

$$x < \sqrt{\frac{80}{3}} \approx 5.16,$$
$$y \text{ 좌표의 범위는 } \frac{1}{2}x^2 < y < -\frac{1}{4}x^2 + 20$$

자연수인 x 좌표는 1, 2, 3, 4, 5

(1) $x = 1$ 일 때, $\frac{1}{2} < y < \frac{79}{4}$ 이므로 $y = 1, 2, \dots, 19 \Rightarrow 19$ 쌍

(2) $x = 2$ 일 때, $2 < y < 19$ 이므로 $y = 3, 4, \dots, 17, 18 \Rightarrow$
16 쌍

(3) $x = 3$ 일 때, $\frac{9}{2} < y < \frac{71}{4}$ 이므로 $y = 5, 6, \dots, 16, 17 \Rightarrow$

13 쌍
(4) $n = 4$ 인 때 $8 \leq m \leq 16$ 이므로 $m = 9, 10, \dots, 14, 15 \Rightarrow$

(4) $x = 4$ 일 때, $8 < y < 16$ 이므로 $y = 9, 10, \dots, 14, 15 \Rightarrow$
7 쌍

(5) $x = 5$ 일 때, $\frac{25}{2} < y < \frac{55}{4}$ 이므로 $y = 13 \Rightarrow 1$ 쌍

따라서 순서쌍 (x, y) 의 개수는 $19 + 16 + 13 + 7 + 1 = 56$ (개)이다.