

1. 다음 이차방정식 $16x^2 - 24x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

② $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{3}{4}$

③ $x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

④ $x = \frac{1}{4}$ (중근)

⑤ $x = \frac{3}{4}$ (중근)

해설

$$16x^2 - 24x + 9 = 0$$

$$(4x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{4} \text{ (중근)}$$

2. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$2x^2 - 9x + 9 = 0, \quad 4x^2 - 8x + 3 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 9x + 9 &= 0 \\ (x - 3)(2x - 3) &= 0 \\ x = 3 \quad \text{또는} \quad x &= \frac{3}{2} \\ 4x^2 - 8x + 3 &= 0 \\ (2x - 3)(2x - 1) &= 0 \\ x = \frac{3}{2} \quad \text{또는} \quad x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

3. 다음 중 증근을 갖는 것을 모두 고르면?

① $(x-2)^2 = 8x$

② $x^2 - 4x + 3 = 1$

③ $x(x+6) = -9$

④ $x(x-6) + 24 = 2x + 8$

⑤ $4x^2 - 4x + 4 = 0$

해설

③ $x(x+6) = -9$

$x^2 + 6x + 9 = 0$

$(x+3)^2 = 0$

$\therefore x = -3$ (증근)

④ $x(x-6) + 24 = 2x + 8$

$x^2 - 6x + 24 - 2x - 8 = 0$

$x^2 - 8x + 16 = 0$

$(x-4)^2 = 0$

$\therefore x = 4$ (증근)

4. 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?

- ① $a \leq 0$ ② $b > 0$ ③ $b < 0$ ④ $b \geq 0$ ⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근
 $b = 0$ 이면 중근
따라서 $b \geq 0$ 이다.

5. 이차방정식 $(2x+6)(x-1)=8$ 을 $(x-a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$\begin{aligned}(2x+6)(x-1) &= 8 \\ 2x^2+4x-6-8 &= 0 \\ 2x^2+4x-14 &= 0 \\ \text{양변을 2로 나누면} \\ x^2+2x-7 &= 0 \\ x^2+2x+1 &= 7+1 \\ (x+1)^2 &= 8 \\ a=-1, b=8 \\ \therefore ab &= -8\end{aligned}$$

6. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정의 일부분이다. 이때, $A + B$ 의 값은?

$x^2 - 2x - 1 = 0$
상수항을 우변으로 이항하면 $x^2 - 2x = 1$
양변에 A 를 더하면 $x^2 - 2x + A = 1 + A$
좌변을 완전제곱식으로 바꾸면 $(x - 1)^2 = B$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$
 $\therefore x^2 - 2x = 1$
양변에 $A = 1$ 을 더하면 $x^2 - 2x + 1 = 1 + 1$
 $(x - 1)^2 = 2, B = 2$
 $\therefore A + B = 1 + 2 = 3$

7. 이차방정식 $3x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 해가 $\frac{B \pm \sqrt{C}}{A}$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 3 \times 1}}{6} = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$A = 6, B = -7, C = 37$ 이므로

$$\therefore A + B + C = 36$$

8. 이차방정식 $x^2 + 6x - 5 + 2k = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가질 때, k 의 값이 될 수 없는 것은?

① -10 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 8

해설

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 두 개의 근을 가지면
판별식 $D = b^2 - 4ac > 0$
주어진 방정식의 $D = 6^2 - 4(-5 + 2k) > 0$
 $-8k > -56$
 $\therefore k < 7$
주어진 값들 중 $8 > 7$ 이므로 적당하지 않다.

9. 차가 4인 두 자연수가 있다. 곱이 96일 때, 두 수의 합은?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

두 자연수를 x , $x + 4$ 라 하면

$$x(x + 4) = 96$$

$$x^2 + 4x - 96 = 0$$

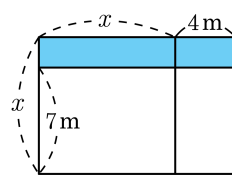
$$(x - 8)(x + 12) = 0$$

$$\therefore x = 8 (\because x > 0)$$

따라서 두 수의 합은 $8 + 12 = 20$ 이다.

10. 정사각형 모양의 화단의 가로를 4m 늘리고, 세로를 7m 줄였더니, 넓이는 26m^2 가 되었다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?

- ① 7 m ② 8 m ③ 9 m
④ 10 m ⑤ 11 m



해설

$$\begin{aligned}(x+4)(x-7) &= 26 \\ x^2 - 3x - 54 &= 0 \\ (x+6)(x-9) &= 0 \\ \therefore x &= 9 (\because x > 0)\end{aligned}$$

11. 이차방정식 $ax^2 + bx - 7 = 0$ 의 한 근을 p 라고 할 때, $ap^2 + bp + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

주어진 식에 x 대신 p 를 대입하면

$$ap^2 + bp = 7$$

$$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$$

12. 다음에서 $AB \neq 0$ 과 같은 뜻을 갖는 것은?

- ① $A \neq 0$ 또는 $B \neq 0$ ② $A \neq 0$ 또는 $B = 0$
③ $A = 0$ 또는 $B \neq 0$ ④ $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$
⑤ $A \neq 0$ 이고 $B = 0$

해설

$AB \neq 0$ 이려면 A, B 모두 0이 아니어야 한다.

13. 이차방정식 $x^2 + 6x - 3 + k = 0$ 이 중근을 갖기 위한 실수 k 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

중근이 되려면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이므로

$$36 - 4 \times 1 \times (-3 + k) = 0$$

$$36 + 12 - 4k = 0$$

$$4k = 48$$

$$\therefore k = 12$$

14. 이차방정식 $(x-1)^2 + a - 2 = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3 ② 0 ③ -2 ④ -5 ⑤ -7

해설

$(x-1)^2 = -a+2$ 가 해를 가지려면, $-a+2 \geq 0$
 $\therefore a \leq 2$

15. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$

④ $-\frac{b}{2a}$
- ② $\frac{b}{2a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.}$$
$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.}$$
$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$
$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

∴ ③이 잘못되었다.

16. 이차방정식 $x^2 + ax + 6 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, a 가 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 7

해설

곱이 6 인 두 정수는
 $6 = 2 \times 3 = 1 \times 6 = (-2) \times (-3) = (-1) \times (-6)$
(2, 3), (-2, -3), (1, 6), (-1, -6)
이므로 두 수의 합은
 $a = 5$ 또는 $a = -5$ 또는 $a = 7$ 또는 $a = -7$ 이다.

17. 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{3}x + \frac{5}{6} = 0$ 의 두 근이 $x = \frac{a \pm \sqrt{b}}{c}$ 이다. 이 때, $a + b - c$ 의 값은?

① 38 ② -41 ③ 30 ④ -15 ⑤ 24

해설

양변에 6 을 곱하면 $3x^2 + 14x + 5 = 0$

근의 짝수공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 15}}{3} = \frac{-7 \pm \sqrt{34}}{3}$$

$$\therefore a = -7, b = 34, c = 3$$

$$\therefore a + b - c = -7 + 34 - 3 = 24$$

18. 이차방정식 $4x^2 + 25 = 20\sqrt{x^2}$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{5}{2}$ 또는 2.5

▷ 정답 : $x = -\frac{5}{2}$ 또는 -2.5

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때

$$4x^2 + 25 = 20\sqrt{x^2}, \quad 4x^2 + 25 = 20x$$

$$4x^2 - 20x + 25 = 0, \quad (2x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

(ii) $x < 0$ 일 때

$$4x^2 + 25 = 20\sqrt{x^2}, \quad 4x^2 + 25 = -20x$$

$$4x^2 + 20x + 25 = 0, \quad (2x + 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2}$$

(i), (ii) 에서 $x = \pm \frac{5}{2}$

19. 두 실수 x, y 에 대하여 $x = \frac{-m + \sqrt{2}}{2}$, $y = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y - 24 = 0$ 이 성립하는 m 의 값들의 합은?

- ① -3 ② -4 ③ 5 ④ -5 ⑤ 6

해설

$(2x - y)^2 + 2(2x - y) - 24 = 0$ 에서 $2x - y = t$ 로 치환하면
 $t^2 + 2t - 24 = 0$

$(t + 6)(t - 4) = 0$

$\therefore t = 4$ 또는 $t = -6$

i) $t = 4$ 일 때

$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = 4$

$m = -7$

ii) $t = -6$ 일 때

$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = -6$

$m = 3$

따라서 모든 m 의 값의 합은 $(-7) + 3 = -4$ 이다.

20. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 2x - 4 = 0$

② $2x^2 - 5x + 3 = 0$

③ $x^2 - 4x + 5 = 0$

④ $x^2 - 4x + 4 = 0$

⑤ $3x^2 - 10x + 5 = 0$

해설

판별식 $D < 0$ 이면 이차방정식의 해가 없다.

① $\frac{D}{4} = 1 + 4 = 5 > 0$

② $D = 25 - 24 = 1 > 0$

③ $\frac{D}{4} = 4 - 5 = -1 < 0$

④ $\frac{D}{4} = 4 - 4 = 0$

⑤ $\frac{D}{4} = 25 - 15 = 10 > 0$

21. 내 나이는 동생의 나이보다 5 살 많고, 동생 나이의 제곱은 내 나이의 2배보다 2살이 적을 때 내 나이를 구하면?

- ① 7살 ② 8살 ③ 9살 ④ 10살 ⑤ 11살

해설

내 나이와 동생의 나이를 각각 x , $x-5$ 라 하면

$$(x-5)^2 = 2x-2$$

$$x^2 - 12x + 27 = 0$$

$$(x-9)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 9 \text{ (살)} (\because x > 5)$$

22. 빵 48 개를 몇 명의 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 빵의 수가 학생 수보다 2 개 적을 때 학생 수는 몇 명인가?

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 12 명

해설

학생 수를 x 라 하면 빵의 수는 $x - 2$ 가 된다.

$$x(x - 2) = 48 \rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$\rightarrow (x - 8)(x + 6) = 0 \rightarrow x = 8, -6$$

따라서 $x = 8$ ($x > 0$) 이 된다.

23. 높이가 10m 인 건물 위에서 똑바로 떨어뜨린 공의 t 초 후의 높이를 h m라 할 때, $h = (10 + 30t - 5t^2)$ 이다. 공이 다시 건물에 떨어지는데 걸리는 시간을 구하여라.

① 5 초 ② 6 초 ③ 7 초 ④ 8 초 ⑤ 9 초

해설

$$10 + 30t - 5t^2 = 10$$

$$t^2 - 6t = 0$$

$$t(t - 6) = 0$$

$$\therefore t = 6 \quad (\because t > 0)$$

따라서 공이 다시 건물에 떨어지는데 6초 걸린다.

24. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b-12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a-20=0, 2+4c=0, b-12=0$$

$$\therefore a=20, b=12, c=-\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

25. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

① $x = 0, x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 2, x = 3$

④ $x = 3$

⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5, 3x < 9 \therefore x < 3$

따라서 x 의 값은 1, 2이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

26. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

27. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

28. 임의의 실수 x 의 정수 부분이 a 일 때, $[x] = a$ 로 나타내기로 한다.
 $2 \leq x < 3$ 일 때, 방정식 $[x]x^2 - x - 5[x] = 0$ 의 해는?

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{5}{2}$

해설

$2 \leq x < 3$ 이므로 $[x] = 2$ 이다.

$[x] = 2$ 를 대입하면 $2x^2 - x - 10 = 0$ 이고, 인수분해를 하면
 $(2x - 5)(x + 2) = 0$ 이다.

$$\therefore x = \frac{5}{2} \quad (\because 2 \leq x < 3)$$

29. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$ 이다.

$$\therefore k = 60$$

30. 서로 다른 숫자(1 ~ 9)가 적힌 n 장의 카드가 있다. 이 카드를 이용하여 만들 수 있는 두 자리의 자연수가 56 개 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} n(n-1) &= 56 \text{ 이므로} \\ n^2 - n - 56 &= 0 \\ \therefore n &= 8 (\because n > 0) \end{aligned}$$

31. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때, a 와 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 6 이므로 주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면

$$6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$$

$$33 - 11a = 0$$

$$\therefore a = 3$$

주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면

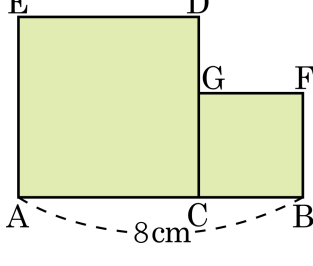
$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x - 6)(x + 3) = 0$$

$$x = 6, x = -3(\text{다른 한 근})$$

$$a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$$

32. 길이가 8cm 인 선분 AB 위에 점 C 를 잡아 다음 그림과 같이 정사각형 두 개를 만들었다. 큰 정사각형 ACDE 의 넓이가 작은 정사각형 CBFG 의 넓이의 세 배일 때, 선분 AC 의 길이를 구하면?

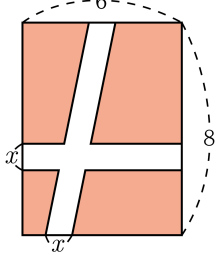


- ① $12 - 4\sqrt{3}$ (cm) ② $12 - 2\sqrt{3}$ (cm)
 ③ $12 - \sqrt{3}$ (cm) ④ $12 + 2\sqrt{3}$ (cm)
 ⑤ $12 + 4\sqrt{3}$ (cm)

해설

선분 AC 의 길이를 x 라고 하면 큰 정사각형 넓이는 x^2 , 작은 정사각형의 넓이는 $(8-x)^2$ 이므로
 $x^2 = 3(8-x)^2$, $x^2 = 192 - 48x + 3x^2$
 $x^2 - 24x + 96 = 0$
 $\therefore x = -(-12) \pm \sqrt{144 - 96} = 12 \pm 4\sqrt{3}$
 따라서 x 는 8 보다 작으므로 $12 - 4\sqrt{3}$ (cm)

33. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이가 35 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}(\text{색칠한 부분의 넓이}) &= (6-x)(8-x) \\ &= 48 - 8x - 6x + x^2 \\ &= 35\end{aligned}$$

$$x^2 - 14x + 13 = 0$$

$$\therefore (x-1)(x-13) = 0$$

그런데 $0 < x < 6$ 이므로 $x = 1$ 이다.