

1. 다음 보기 중 x 에 대한 이차방정식인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ $(x+1)(x-3) = 0$

㉡ $x^2 - 2x + 3$

㉢ $x(2-x) = 1 - 2x^2$

㉣ $4x - 6 = 0$

㉤ $a^2 - 2a = 3$

㉥ $x(x-1) = x^2$

▶ 답 :

개

▶ 정답 : 2개

해설

㉠ 정리하면 $x^2 - 2x - 3 = 0$: x 에 대한 이차방정식이다.

㉡ x 에 대한 이차식이다.

㉢ 정리하면 $x^2 + 2x - 1 = 0$: x 에 대한 이차방정식이다.

㉣ x 에 대한 일차방정식이다.

㉤ a 에 대한 이차방정식이다.

㉥ 정리하면 $-x = 0$: x 에 대한 일차방정식이다.

2. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -12$ 또는 -12

▷ 정답 : $x = 2$ 또는 2

해설

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 2$$

3. 다음 중 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = \frac{1}{4}x^2$

② $y = 2x^2$

③ $y = -\frac{1}{3}x^2$

④ $y = -5x^2$

⑤ $y = \frac{4}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓다.

4. 이차함수 $y = 3(x-1)^2 - 3$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프이다. a, b 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $b = -3$

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = 3(x-a)^2 + b$ 이므로 $a = 1, b = -3$ 이다.

5. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 의 그래프의 축의 방정식은?

① $x = 2$

② $x = -2$

③ $x = 4$

④ $x = -4$

⑤ $x = 6$

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x - 2)^2 - 11 \end{aligned}$$

따라서 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

6. 두 근이 2, -5 이고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식의 상수항은?

① 10

② -10

③ 3

④ -3

⑤ -5

해설

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

7. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$2x^2 - 9x + 9 = 0, 4x^2 - 8x + 3 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$

해설

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$(x - 3)(2x - 3) = 0$$

$$x = 3 \quad \text{또는} \quad x = \frac{3}{2}$$

$$4x^2 - 8x + 3 = 0$$

$$(2x - 3)(2x - 1) = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \quad \text{또는} \quad x = \frac{1}{2}$$

8. x 에 대한 이차방정식 $3(x-4)^2 = \frac{a}{2}$ 가 중근을 가진다고 할 때, 상수 a 의 값과 중근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

중근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식) = 0 이므로

$$3(x-4)^2 = \frac{a}{2}, (x-4)^2 = \frac{a}{6}, a = 0 \text{ 이다.}$$

또한 중근은 $x = 4$ 이므로
 $0 + 4 = 4$

9. 다음은 이차방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내는 과정이다.
(가)~(마)에 들어갈 수가 아닌 것은?

$$x^2 + 3x = 2$$

$$x^2 + 3x + (\text{가}) = 2 + (\text{나})$$

$$(x + (\text{다}))^{(\text{라})} = (\text{마})$$

① (가) : $\frac{9}{4}$

② (나) : $\frac{9}{4}$

③ (다) : $\frac{3}{2}$

④ (라) : 2

⑤ (마) : 5

해설

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 2 + \frac{9}{4}$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

따라서 (마)는 $\frac{17}{4}$ 이다.

10. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4(x - 3) = 2.1$ 의 해를 구하면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$

② $x = \frac{2 \pm 4\sqrt{2}}{3}$

③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{33}}{3}$

④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{34}}{3}$

⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{35}}{3}$

해설

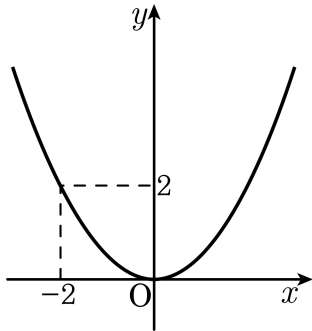
양변에 10 을 곱하면

$$3x^2 - 4(x - 3) = 21$$

$$3x^2 - 4x - 9 = 0$$

$$\therefore x = \frac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$$

11. 다음 그림과 같이 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



① $y = \frac{1}{4}x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = \frac{3}{4}x^2$

④ $y = \frac{3}{2}x^2$

⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-2, 2)$ 를 지나므로

$$2 = a \times (-2)^2, \quad 4a = 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

따라서 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

12. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 꼭짓점이 원점이고, y 축에 대하여 대칭이다.
- ㉡ 점 $(-3, 27)$ 을 지난다.
- ㉢ 아래로 볼록하며, 제 1, 2 사분면을 지난다.
- ㉣ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.
- ㉤ $x < 0$ 인 범위에서 x 가 증가하면 y 도 증가한다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.

꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$

$a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록
 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

$y = -ax^2$ 과 x 축에 대하여 대칭

이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉢은 옳다.

㉣ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$

㉤ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$ 이므로

$x > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다. 따라서 옳지 않다.

13. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰을 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

① $(0, 0)$

② $(0, -2)$

③ $(3, 0)$

④ $(0, 3)$

⑤ $(-2, 0)$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시켰으므로 $y = 2x^2 + 3$ 이다.

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

14. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1, 4)$

② $(-1, -4)$

③ $(1, -4)$

④ $(4, -1)$

⑤ $(1, 4)$

해설

$$\begin{aligned}y &= -3x^2 + 6x + 1 \\&= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\&= -3(x - 1)^2 + 4\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

15. $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동 했더니 $(2, a)$ 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = -2x^2 \Rightarrow y = -2(x - 3)^2 + 1$$

$$a = -2(2 - 3)^2 + 1 = -1$$

16. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x < -1$

② $x > -1$

③ $x < 1$

④ $x > 1$

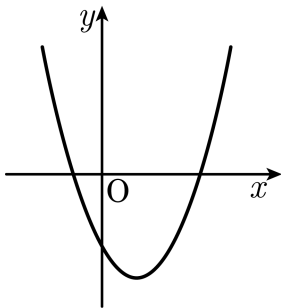
⑤ $x > 0$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x + 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = -1$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.

17. 이차함수 $y = ax^2 - 3x + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, c 의 부호는?



① $a > 0, c < 0$

② $a > 0, c > 0$

③ $a < 0, c > 0$

④ $a < 0, c < 0$

⑤ $a > 0, c = 0$

해설

아래로 볼록한 그래프이므로 $a > 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

18. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $(x-2)(x+3)=0$

② $x^2+2x=0$

③ $3x^2+x-1=0$

④ $x^2-9x+14=0$

⑤ $2x^2-8=0$

해설

④ $x=2, x=7$ 일 때 성립한다.

19. 이차방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 의 근의 개수를 a 개, $\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 = 0$ 의 근의 개수를 b 개라 할 때, a, b 를 근으로 하는 $x^2 + px + q = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

① 2 개

② 1 개

③ 0 개

④ 무수히 많다.

⑤ 근의 개수를 구할 수 없다.

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$ 에서 $(-4)^2 + 4 \times 12 > 0$ 이므로 $a = 2$ 이다.

$\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 = 0$ 에서 $(-2)^2 - 4 \times \frac{1}{4} \times 4 = 0$ 이므로 $b = 1$ 이다.

2, 1 을 근으로 하는 방정식을 구하면 $(x - 2)(x - 1) = 0$, $x^2 - 3x + 2 = 0$ 이고 근의 개수는 $(-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 > 0$ 이므로 2 개다.

20. 이차방정식 $x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3

② 3

③ 2

④ 1

⑤ -1

해설

$x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $(k+1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$

$$k^2 + 2k - 3 = 0$$

$$(k-1)(k+3) = 0$$

$$\therefore k = -3 \text{ 또는 } k = 1$$

-3, 1이 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이므로

$$9 - 3a + b = 0, a + a + b = 0$$

두 식을 연립하면 $a = 2, b = -3$ 이다.

$$\therefore a + b = 2 + (-3) = -1$$

21. 이차방정식 $x^2 + 2x + c = 0$ 이 서로 다른 실근을 가질 때, 다음 중 c 의 값으로 적당한 것은?

① -2

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 5

⑤ $\frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

이차방정식이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 조건은 $D > 0$ 이다. (단, x 의 계수가 짝수일 경우 $\frac{D}{4} > 0$)

$$\text{즉, } (-1)^2 - c > 0$$

$$\therefore c < 1$$

22. 이차함수 $f(x) = -x^2 + ax - 1$ 에 대하여 $f(1) = 2$, $f(-1) = b$ 일 때, 상수 a , b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 2

② 1

③ 0

④ -2

⑤ -4

해설

$$f(1) = 2, -1^2 + a \times 1 - 1 = 2, -1 + a - 1 = 2$$

$$\therefore a = 4$$

$$f(x) = -x^2 + 4x - 1 \text{ 이므로}$$

$$f(-1) = -(-1)^2 + 4(-1) - 1 = -1 - 4 - 1 = -6$$

$$\therefore b = -6$$

$$\therefore a + b = 4 + (-6) = -2$$

23. 이차함수 $y = 2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 (1, 3), (2, 6) 을 지날 때, 상수 b, c 에 대하여 $c - b$ 의 값은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$x = 1, y = 3$ 을 대입하면

$$3 = 2 + b + c, b + c = 1 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$x = 2, y = 6$ 을 대입하면

$$6 = 8 + 2b + c, 2b + c = -2 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $b = -3, c = 4$ 이므로 $c - b = 4 - (-3) = 7$ 이다.

24. 이차방정식 $(x+5)(m-x) = n$ 이 중근 $x = -3$ 을 가질 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.(단, m, n 은 상수)

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$x^2 + (5-m)x - 5m + n = 0$ 과 $(x+3)^2 = 0$ 에서

$(x+3)^2 = 0$ 을 전개한 후, x 의 계수와 상수항을 비교해 보면

$$5-m=6, \quad m=-1$$

$$-5m+n=9, \quad n=4$$

$$\therefore m+n=3$$

25. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 4y^2 = 3x - 6y$ 가 성립할 때, $x - 2y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq 2y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = 3x - 6y$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - 3x + 6y = 0$$

$$(x - 2y)^2 - 3(x - 2y) = 0$$

$$(x - 2y)(x - 2y - 3) = 0$$

$x \neq 2y$ 이므로 $x - 2y - 3 = 0, x - 2y = 3$ 이다.