

1. $x^2 - 3x - 10 = 0$ 의 두 근 중 큰 근이 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 근일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -35

해설

$$x^2 - 3x - 10 = 0, (x - 5)(x + 2) = 0,$$

$$x = 5 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\text{큰 근인 } 5 \text{가 } x^2 + 2x + k = 0 \text{ 의 근이므로 } 25 + 10 + k = 0$$

$$\therefore k = -35$$

2. $2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, $3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 의 근을 구하면?

① $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

② $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

③ $\frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{3}$

해설

$2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-8)^2 + 4 \times 2 \times k = 0, \quad k = -8$$

$3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 에 $k = -8$ 을 대입하면

$$3x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 36}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

3. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A - B$ 의 값은?

① -14

② 14

③ 20

④ -20

⑤ 17

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \text{ 이므로 } A = 3, B = 17$$

$$\therefore A - B = -14$$

4. 다음 이차방정식 $x^2 - 2ax + a^2 - 10 = 0$ 의 해가 $x = 7 \pm \sqrt{b}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 70

해설

$$x^2 - 2ax = -a^2 + 10$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = -a^2 + 10 + a^2 = 10$$

$$(x - a)^2 = 10 \text{ 이므로}$$

$$x - a = \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{10}$$

따라서 $a = 7$, $b = 10$ 이므로 $ab = 70$ 이다.

5. 이차방정식 $x^2 + 8x + 4 + 4m = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 고르면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 + 8x + 4 + 4m = 0$ 이 중근을 가지려면
완전제곱식의 형태로 변형되어야 한다.

$$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2 \text{ 이므로, } 4 + 4m = 16$$

$$4m = 12$$

$$\therefore m = 3$$

6. 땅으로부터 높이 15m 되는 다이빙대에서 수영선수가 위를 향해 초속 27m 로 다이빙을 했다. x 초 후 수영선수가 지상으로부터의 떨어져있는 높이는 $(-3x^2 + 27x + 15)$ m 라고 할 때, 수영선수의 높이가 57m 가 되는 데 걸리는 나중 시간은?

① 2 초

② 5 초

③ 7 초

④ 9 초

⑤ 11 초

해설

$$-3x^2 + 27x + 15 = 57$$

$$3(x^2 - 9x + 14) = 0$$

$$3(x - 2)(x - 7) = 0$$

$$x = 2, 7$$

따라서 나중 시간은 7 초 이다.

7. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x^2 + 4x - 1 = (x + 2)^2 - 5 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 5$$

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore ab = 10$$

8. 두 이차방정식 $x^2 + 2x - p = 0$, $x^2 - qx - 12 = 0$ 의 공통인 근이 3일 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 + 2x - p = 0$ 과 $x^2 - qx - 12 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면

$$p = 15, q = -1$$

$$\therefore p - q = 16$$

9. 이차방정식 $x^2 - ax - 7 + a = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신 -2 를 대입하면

$$(-2)^2 + 2a - 7 + a = 0$$

$$3a - 3 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3, x = -2$$

10. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① ± 1

② 0

③ $\pm \sqrt{3}$

④ $\pm \sqrt{2}$

⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$$x = \alpha \text{ 를 대입하면 } \alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$$

$$\text{양변을 } \alpha \text{ 로 나누면 } \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm \sqrt{3}$$

11. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 한 근을 a , $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $a^2 - 2b^2 + 2a + 3b$ 의 값은?

① 0

② -1

③ 1

④ -2

⑤ 2

해설

a 가 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$2a^2 + 4a - 7 = 0 \Leftrightarrow a^2 + 2a = \frac{7}{2}$$

b 가 $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$4b^2 - 6b - 3 = 0 \Leftrightarrow 2b^2 - 3b = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 - 2b^2 + 2a + 3b &= (a^2 + 2a) - (2b^2 - 3b) \\ &= \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2 \end{aligned}$$

12. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 α 일 때, $\frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \frac{3\alpha}{1-\alpha^2}$ 의 값을 구하면?

① 6

② 4

③ 2

④ 0

⑤ -2

해설

이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 에 $x = \alpha$ 를 대입하면,

$$\alpha^2 - \alpha - 1 = 0 \Rightarrow 1 + \alpha = \alpha^2, \quad 1 - \alpha^2 = -\alpha$$

$$\therefore \frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \frac{3\alpha}{1-\alpha^2} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2} - \frac{3\alpha}{-\alpha} = 1 + 3 = 4$$

13. 이차방정식 $x^2 + ax + 8 = 0$ 의 한 근이 2이고 다른 한 근이 이차방정식 $3x^2 - 10x + b = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2 + ax + 8 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $a = -6$ 이다.

$x^2 - 6x + 8 = 0$, $(x - 4)(x - 2) = 0$ 이므로

다른 한 근은 $x = 4$ 이다.

$3x^2 - 10x + b = 0$ 에 $x = 4$ 를 대입하면 $b = -8$

$\therefore a - b = -6 - (-8) = 2$

14. 지면으로부터 초속 20m 의 속력으로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이는 $(20t - 5t^2)$ m 이다. 물로켓의 높이가 처음으로 15m 가 되는 것은 물로켓을 쏘아올린 지 몇 초 후인지 구하여라.



답 :

초 후



정답 : 1 초 후

해설

$$20t - 5t^2 = 15 \text{ 에서}$$

$$5t^2 - 20t + 15 = 0$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$(t - 1)(t - 3) = 0$$

따라서 $t = 1, 3$ (초)이다.

처음으로 15m 가 되는 것은 쏘아올린 지 1 초 후이다.

15. 다음은 연속하는 두 홀수의 곱이 143일 때, 두 홀수를 구하는 과정이다.
(가)에 알맞은 수는?

연속하는 두 홀수를 각각 x , $x + 2$ 라고 하면

$$x(x + 2) = 143, x^2 + 2x - 143 = 0, (x - 11)(x + 13) = 0$$

$$\therefore x = \boxed{\text{(가)}} (x > 0)$$

① 11

② -13

③ 143

④ 2

⑤ 0

해설

연속하는 두 홀수를 각각 x , $x + 2$ 라 하면

$$x(x + 2) = 143, x^2 + 2x - 143 = 0, (x - 11)(x + 13) = 0$$

$$\therefore x = 11 (x > 0)$$

16. $(x+y)(x+y-6)-16=0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$A(A-6)-16=0$$

$$A^2-6A-16=0$$

$$(A-8)(A+2)=0$$

$\therefore x+y=8$ 또는 $x+y=-2$

따라서 $x+y$ 의 값들의 합은 $8+(-2)=6$ 이다.

17. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

$$0.3x^2 + 0.2x = 0.5$$

- ① -3 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{7}{8}$ ④ 2 ⑤ 5

해설

$$3x^2 + 2x = 5$$

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$3(x-1)\left(x+\frac{5}{3}\right) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } -\frac{5}{3}$$

따라서 두 근의 곱은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

18. 이차방정식 $(x - 3)^2 = a$ 의 두 근의 합을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(x - 3)^2 = a$$

$$x = 3 \pm \sqrt{a}$$

$$(3 + \sqrt{a}) + (3 - \sqrt{a}) = 6$$

19. 다음 이차방정식 $16x^2 - 24x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

② $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{3}{4}$

③ $x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

④ $x = \frac{1}{4}$ (중근)

⑤ $x = \frac{3}{4}$ (중근)

해설

$$16x^2 - 24x + 9 = 0$$

$$(4x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{4} \text{ (중근)}$$

20. 다음 중 이차방정식 $(x-3)(x+7)=0$ 의 해를 구하면?

① $x=3$ 또는 $x=7$

② $x=-3$ 또는 $x=7$

③ $x=-3$ 또는 $x=-7$

④ $x=3$ 또는 $x=-7$

⑤ $x=0$ 또는 $x=3$

해설

$$(x-3)(x+7)=0,$$

$$x-3=0 \text{ 또는 } x+7=0,$$

따라서 $x=3$ 또는 $x=-7$ 이다.

21. 다음 중 이차방정식은?

① $x^2 + 2x = x(x - 1)$

② $x^2 - 3x = (x + 1)(x - 1)$

③ $x(x^2 + 1) = x^2 - 2$

④ $(2x + 1)(3x - 4) = 6x^2$

⑤ $(x - 2)(x + 3) = (1 - x)(3 + x)$

해설

$$(x - 2)(x + 3) = (1 - x)(3 + x)$$

$$x^2 + x - 6 = 3 - 2x - x^2$$

$$\therefore 2x^2 + 3x - 9 = 0$$

22. 이차방정식 $x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 갖기 위한 k 의 범위는?

① $k \leq 1$

② $k \leq 2$

③ $k \leq 3$

④ $k \geq 1$

⑤ $k \geq 2$

해설

$x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 가지려면

$$D = 36 - 12k \geq 0$$

$$36 \geq 12k$$

$$\therefore 3 \geq k$$

23. 이차방정식 $x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가질 때, m 의 값의 범위를 구하면?

① $m < -\frac{9}{4}$

② $m > -\frac{9}{4}$

③ $m < \frac{9}{4}$

④ $m > \frac{9}{4}$

⑤ $m \geq \frac{9}{4}$

해설

$x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지려면

판별식 $D = 3^2 - 4m > 0$, $4m < 9$

$$\therefore m < \frac{9}{4}$$

24. 이차방정식 $x^2 - 4x + m - 3 = 0$ 이 근을 갖지 않을 때, m 의 값의 범위는?

① $m > 7$

② $m < 7$

③ $m \geq 7$

④ $m < -7$

⑤ $m > -7$

해설

$$D = 4^2 - 4 \times 1 \times (m - 3) < 0, m > 7$$

25. 이차방정식 $mx^2 + (2m + 3)x + m + 7 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 m 의 값의 범위는?

① $m > \frac{9}{16}$

② $m \geq \frac{9}{16}$

③ $m = \frac{9}{16}$

④ $m \leq \frac{9}{16}$

⑤ $m < \frac{9}{16}$

해설

$$D = (2m + 3)^2 - 4m(m + 7) < 0$$

$$4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m = -16m + 9 < 0$$

$$\therefore m > \frac{9}{16}$$

26. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 5x - 3k + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최솟값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 2

해설

$$D = 25 - 4(-3k + 1) > 0,$$

$$25 + 12k - 4 > 0, 12k > -21$$

$$\therefore k > -\frac{7}{4}$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 -1 이다.

27. 이차방정식 $x^2 + 2x + a + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 a 의 값의 범위를 정하여라.

① $a < -1$

② $a < -2$

③ $a > -1$

④ $a > -2$

⑤ $a > -3$

해설

$$D = 4 - 4(a + 3) = 4 - 4a - 12 > 0$$

$$-4a > 8$$

$$\therefore a < -2$$

28. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 0

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 에

$x = 1$ 을 대입하면 $a = 4$, $b = 3$

$\therefore a - b = 4 - 3 = 1$

29. p 가 이차방정식 $x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근일 때, $p^2 - 6p + 8$ 의 값은?

① 61

② 51

③ 11

④ -11

⑤ -61

해설

x 에 p 를 대입하면 $p^2 - 6p - 3 = 0$ 이므로

$$p^2 - 6p = 3$$

따라서 $p^2 - 6p + 8 = 11$ 이다.

30. 이차방정식 $(3x - 1)(x + 2) = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = -2$

② $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -2$

③ $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

④ $x = 1$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -3$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 수를 찾는다.

$$3x - 1 = 0 \text{ 또는 } x + 2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = -2$$

31. 다음 중 항상 $ab = 0$ 이 되지 않는 것은?

① $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$

② $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$

③ $a \neq 0$ 이고 $b = 0$

④ $a = 0$ 이고 $b \neq 0$

⑤ $a = 0$ 이고 $b = 0$

해설

$ab = 0$ 이면 $a = 0$ 또는 $b = 0$

즉 a, b 중에서 적어도 하나는 0 이다.

②에서 $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이면 a, b 모두 0 이 아니므로 $ab \neq 0$ 이다.

32. 이차방정식 $x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 3$

② $x = 2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 1$ 또는 $x = -1$

④ $x = 5$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -6$

해설

$$x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$$

양변에 2를 곱하여 전개하면

$$2x^2 = x^2 - 5x + 6$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x+6)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } 1$$

33. 두 자연수 a, b 가 $(a+b)(a+b-6)-7=0$ 을 만족할 때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 7

③ 8

④ -1, 7

⑤ -7, 1

해설

$$(a+b)(a+b-6)-7=0$$

$a+b=A$ 로 치환하면

$$A(A-6)-7=0$$

$$A^2-6A-7=0$$

$$(A-7)(A+1)=0$$

$\therefore A=a+b=7 (\because a, b \text{는 자연수})$

34. 다음 중 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 과 같은 것은?

① $x - 2 = 0$ 또는 $x + 6 = 0$

② $x + 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$

③ $x - 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$

④ $x + 3 = 0$ 또는 $x - 4 = 0$

⑤ $x + 3 = 0$ 또는 $x + 4 = 0$

해설

$$x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x + 2 = 0 \text{ 또는 } x - 6 = 0$$

35. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61

② 51

③ 11

④ -11

⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

36. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

① 12

② 13

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

37. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 = \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha$$

$$\therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} = \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10$$

38. 이차방정식 $5x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근의 합이 1 이고, 큰 근이 작은 근보다 5 가 클 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -25

해설

두 근을 $e, f (e > f)$ 라 하면 $e = f + 5$ 이고, $e + f = 1$ 이므로
연립하면 $e = 3, f = -2$ 이다.

따라서 두 근은 3, -2 이다.

3, -2 를 두 근으로 $5x^2 - ax + b = 0$ 에 대입하여 연립하면
 $a = 5, b = -30$ 가 나온다.

따라서 $a + b = 5 + (-30) = -25$ 이다.

39. 이차방정식 $x^2 + 3x - 10 + b = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$x = 2 \text{ 일 때, } b = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x + 5)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 2$$

40. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

41. 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 각각 m, n 이라고 할 때, $m + 1, n + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 - 2x - 3 = 0, (x - 3)(x + 1) = 0$$

$x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로

$m + 1, n + 1$ 은 각각 4 또는 0 이므로

$x^2 + ax + b = 0$ 식에 $x = 4$ 와 $x = 0$ 을 대입하여 정리하면

$a = -4, b = 0$ 이다.

따라서 $ab = 0$ 이다.

42. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 9 - 2 + 3 = 10 \end{aligned}$$

43. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

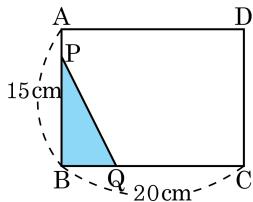
따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

44. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 15\text{ cm}$, $\overline{BC} = 20\text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 점 P는 변 AB위를 점 A로부터 B까지 매초 1cm의 속력으로 움직이고, 점 Q는 변 BC위를 점 B로부터 C까지 매초 2cm의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BPQ$ 의 넓이가 36 cm^2 가 되는지 구하여라.



▶ 답 : 초

▷ 정답 : 3 초

해설

x 초 후에 $\overline{PB} = (15 - x)\text{ cm}$, $\overline{BQ} = 2x\text{ cm}$ $\triangle BPQ$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2}\overline{PB} \times \overline{BQ} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2}(15 - x)2x = 36$$

$$2x^2 - 30x + 72 = 0$$

$$x^2 - 15x + 36 = 0$$

$$(x - 3)(x - 12) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ (초)} \text{ (단, } 0 < x < 10 \text{)}$$

45. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로
 $p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로
 $q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$