

1. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 3x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$

⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

2. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다

③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$ 이다.

④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다

⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1 - a^2) = 4(1 + a)(1 - a)$

① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$

④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.

⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

3. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 근의 개수를 a 개, $\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$ 의 근의 개수를 b 개라 할 때, $a - b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 - 3x - 1 = 0$ 에서 $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 13 > 0$

서로 다른 두 근을 가지므로 $a = 2$

$\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$ 의 양변에 2 를 곱하면

$x^2 - 4x + 4 = 0$, $(x - 2)^2 = 0$ 중근을 가지므로 $b = 1$

따라서 $a - b = 1$ 이다.

4. 방정식 $(2-x-y)^2 - (x^2 + y^2) = 4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$(2-x-y)^2 - (x^2 + y^2) = 4,$$

$$xy - 2(x+y) = 0, \quad (x-2)(y-2) = 4$$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2 + y^2 = 3^2 + 6^2 = 45$ 이다.

5. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는

$$\begin{aligned} -10 &= (-1) \times 10 = 1 \times (-10) \\ &= (-2) \times 5 = 2 \times (-5) \end{aligned}$$

$(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$

이므로 두 수의 합은 $-9, 9, -3, 3$ 이다.

$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$

따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

6. 이차방정식 $0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 근을 k 라고 할 때, k 보다 크지 않은 최대의 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

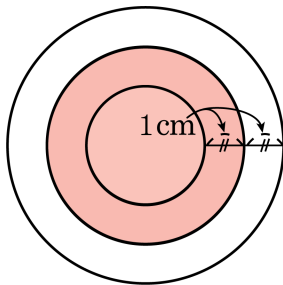
$0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{89}}{4}$$

따라서 $k = \frac{3 + \sqrt{89}}{4}$ 이므로 최대 정수는 3 이다.

7. 다음 그림과 같이 원 세 개가 포개어져 있다. 가장 큰 원의 넓이가 나머지 두 원의 넓이의 합과 같을 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $12\pi\text{cm}^2$

② $13\pi\text{cm}^2$

③ $14\pi\text{cm}^2$

④ $15\pi\text{cm}^2$

⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

가장 작은 원의 반지름을 r cm 이라 하면 가장 큰 원의 반지름은 $(r+2)$ cm, 색칠한 원의 반지름은 $(r+1)$ cm 이 된다.

$$\pi(r+2)^2 = \pi r^2 + \pi(r+1)^2$$

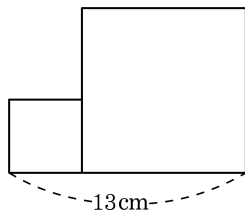
$$r^2 - 2r - 3 = 0 \rightarrow (r-3)(r+1) = 0, r = -1, 3 \text{ 에서}$$

$$r > 0 \text{ 이므로 } r = 3$$

색칠한 원의 반지름은 4cm 이다.

따라서 색칠한 원의 넓이는 $4^2\pi = 16\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 두 정사각형의 넓이의 합이 97cm^2 일 때, 작은 정사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(13 - x)\text{cm}$ 이다.

$$x^2 + (13 - x)^2 = 97$$

$$2x^2 - 26x + 169 = 97$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$(x - 4)(x - 9) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 9$$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 4cm , 큰 정사각형의 한 변의 길이는 9cm 이다.

따라서 작은 정사각형의 둘레의 길이는 $4 \times 4 = 16(\text{cm})$ 이다.

9. 길이가 5cm 인 선분을 두 부분으로 나누어 그 각각의 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그렸더니 두 정사각형의 넓이의 비가 2 : 3 이 되었다. 작은 정사각형의 한 변의 길이는?

① $-10 - \sqrt{6}$

② $-10 + \sqrt{6}$

③ $-5 + 5\sqrt{6}$

④ $-5 - 5\sqrt{6}$

⑤ $-10 + 5\sqrt{6}$

해설

두 변의 길이를 x cm, $(5 - x)$ cm라 하면

$$x^2 : (5 - x)^2 = 2 : 3$$

$$3x^2 = 2(5 - x)^2$$

$$x^2 + 20x - 50 = 0$$

$$x = -10 \pm 5\sqrt{6}$$

$$0 < x < 5 \text{ 이므로 } x = -10 + 5\sqrt{6}$$

10. 한 변의 길이가 x 인 정사각형에서 한 변의 길이는 20% 늘이고 다른 한 변의 길이는 20% 줄일 때, 새로 만들어지는 직사각형의 넓이의 변화는?

① 1% 줄어든다

② 1% 늘어난다

③ 4% 줄어든다

④ 4% 늘어난다

⑤ 변화가 없다

해설

처음 정사각형의 넓이는 x^2

새로운 직사각형의 넓이는

$$(x + 0.2x)(x - 0.2x) = 1.2x \times 0.8x = 0.96x^2$$

따라서 새로 만들어지는 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이보다 4% 줄어든다.

11. 가로 3 cm, 세로 8 cm 의 직사각형이 있다. 가로의 길이를 x cm 만큼 늘리고, 세로의 길이를 x cm 만큼 줄였더니, 원래 직사각형 넓이보다 6 cm^2 만큼 커졌다. 다음 보기 중, x 를 구하는 이차방정식은?

① $x^2 + 5x + 6 = 0$

② $x^2 - 5x + 6 = 0$

③ $x^2 - 5x - 6 = 0$

④ $x^2 - 5x - 18 = 0$

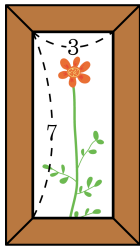
⑤ $x^2 + 5x - 18 = 0$

해설

$$3 \times 8 + 6 = (3 + x)(8 - x)$$

$$\therefore x^2 - 5x + 6 = 0$$

12. 다음 그림과 같이 가로가 3, 세로가 7 인 직사각형 모양의 사진이 있다. 이 사진의 둘레에 폭이 일정하게 종이를 붙일 때, 종이의 넓이가 24 라고 하면, 종이의 폭은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

종이의 폭을 x 라 하면, 종이와 액자의 넓이의 합은

$$(3 + 2x)(7 + 2x) = 21 + 24$$

$$4(x^2 + 5x - 6) = 0$$

$$(x + 6)(x - 1) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 1$$

13. 포물선 $y = -2x^2 + 2mx - 6$ 의 축의 방정식이 $x = 1$ 일 때, m 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

축의 방정식이 $x = 2$ 이므로

$$y = -2x^2 + 2mx - 6$$

$$= -2(x - 1)^2 + q$$

$$= -2x^2 + 4x - 2 + q$$

$$\therefore 2m = 4, m = 2$$

14. 다음 그래프처럼 꼭짓점이 점(1, -2)를 지날 때, 올바른 이차함수의 식을 고른 것은?

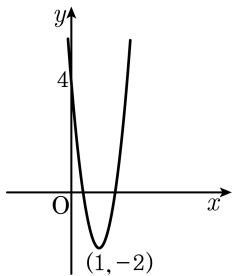
① $y = 6x^2 - 11x - 2$

② $y = 6x^2 - 12x + 4$

③ $y = -2x^2 - 12x + 4$

④ $y = 6x^2 + 12x + 4$

⑤ $y = 6x^2 - 12x - 4$



해설

꼭짓점이 점(1, -2)를 지나므로

$$y = a(x - 1)^2 - 2$$

또한, 점(0, 4)를 지나므로

$$4 = a - 2 \quad \therefore a = 6$$

$$\therefore y = 6x^2 - 12x + 4$$

15. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + 9$ 의 축의 방정식이 $x = -3$ 일 때, 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\left(-3, \frac{9}{2}\right)$

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + 9$ 의 축이 $x = -3$ 이므로

$$y = \frac{1}{2}(x+3)^2 + q \qquad \therefore a = 3, q = \frac{9}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 + 6x + 9) + q$$

$$= \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2} + q$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + 9 = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2} + q$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-3, \frac{9}{2}\right)$ 이다.

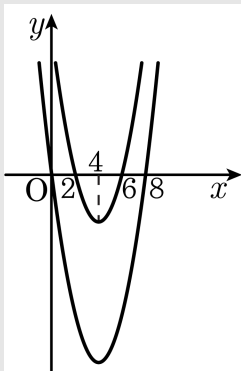
16. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 12$ 를 y 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하면 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 처음의 두 배가 된다고 한다. 이 때, p 의 값은?

- ① -12 ② -10 ③ -6 ④ -3 ⑤ 7

해설

$y = x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x-6)$ 이므로 x 축과 만나는 두 점은 $(2, 0), (6, 0)$ 이고 축은 $x = 4$ 이다.

이 그래프가 y 축의 방향으로만 평행이동했으므로 그래프의 축은 변하지 않은 상태에서 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 두 배가 되려면 다음 그림처럼 좌우로 각각 2 만큼 늘어나서 $(0, 0), (8, 0)$ 을 지나게 된다.



따라서 평행이동한 식은 $y = x(x-8) = x^2 - 8x$

이는 $y = x^2 - 8x + 12$ 를 y 축의 방향으로 -12 만큼 평행이동한 식이므로 $p = -12$ 이다.

17. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 6

② 2

③ -2

④ -4

⑤ -6

해설

$$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$$

x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면

$$y = (x - 2 - 2)^2 - 3$$

$$\text{따라서 } y = (x - 4)^2 - 3$$

$(3, m)$ 을 대입하면 $m = (-1)^2 - 3 = -2$ 이다.

18. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 평행이동하였더니 꼭짓점의 좌표가 $(3, -2)$ 가 되었다고 할 때, $y = -\frac{1}{3}x^2$ 위에 있는 점 $(-1, m)$ 은 어떤 점으로 옮겨지는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\left(2, -\frac{7}{3}\right)$

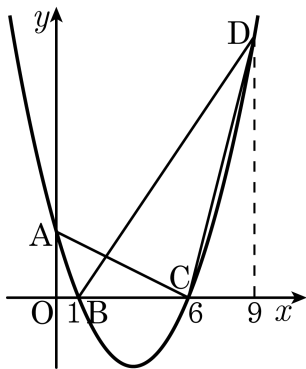
해설

$(-1, m)$ 이 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 위의 점이므로 $m = -\frac{1}{3}$

$\left(-1, -\frac{1}{3}\right)$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼

평행이동하면 $\left(2, -\frac{7}{3}\right)$ 이다.

19. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times c = \frac{15}{2} \text{ 이다.}$$

$c = 3$, 즉 $A(0, 3)$ 이다.

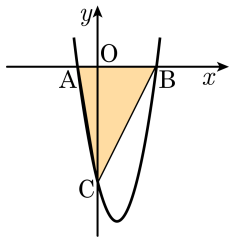
$$y = ax^2 + bx + 3 = a(x - 1)(x - 6) = ax^2 - 7ax + 6a$$

$$6a = 3, a = \frac{1}{2}, b = -\frac{7}{2} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3 \text{ 이므로 } D(9, 12) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times 12 = 30$$

20. 이차함수 $y = 2(x-1)^2 - 8$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, y 축과의 교점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

i) x 축과의 교점은 $y = 0$ 일 때 x 의 값이므로

$$2(x-1)^2 - 8 = 0$$

$$2x^2 - 4x - 6 = 2(x^2 - 2x - 3)$$

$$= 2(x-3)(x+1) = 0$$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$

따라서 A 의 좌표는 $(-1, 0)$ B 의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

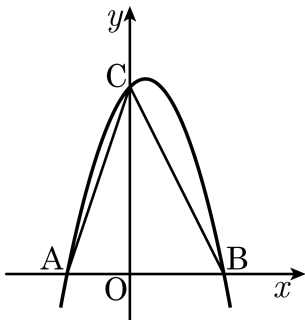
ii) y 축과의 교점은 $x = 0$ 일 때 y 의 값이므로

$$y = 2(0-1)^2 - 8 = -6$$

따라서 C 좌표는 $(0, -6)$ 이다.

$$\text{iii) } \triangle ABC = 4 \times 6 \times \frac{1}{2} = 12$$

21. 이차함수 $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -x^2 + x + 6$ 의 C 의 좌표 (0, 6)

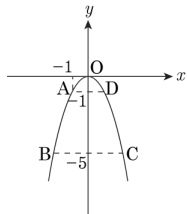
$$-x^2 + x + 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

A(-2, 0), B(3, 0) 이므로

$$\triangle ABC \text{의 넓이는 } 5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$$

22. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4 + 4\sqrt{5}$

해설

$y = ax^2$ 가 점 $(-1, -1)$ 을 지나므로

$$-1 = a, a = -1$$

$y = -x^2$, $y = -5$ 일 때, $x = \pm\sqrt{5}$

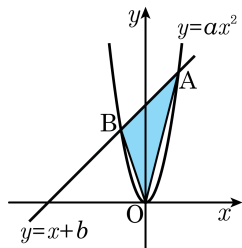
A $(-1, -1)$, B $(-\sqrt{5}, -5)$

C $(\sqrt{5}, -5)$, D $(1, -1)$

(□ABCD 의 넓이)

$$= (2 + 2\sqrt{5}) \times (5 - 1) \times \frac{1}{2} = 4 + 4\sqrt{5}$$

23. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A (2, 8) 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 점 (2, 8) 을 대입, $8 = 4a$, $a = 2 \therefore y = 2x^2$

$y = x + b$ 에 점 (2, 8) 을 대입, $8 = 2 + b$, $b = 6 \therefore y = x + 6$

$y = 2x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면

$$2x^2 = x + 6$$

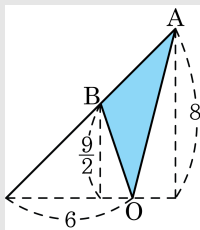
$$2x^2 - x - 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore B\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

$y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로



$\triangle ABO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{21}{2}$ 이다.

24. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

$y = 2(x + 3)^2 - 2 = 2x^2 + 12x + 16$ 에서 x 절편은 -4 와 -2 , y 절편은 16

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 16 = 16$ 이다.