

1. 다음 중 $27ax^2 - 12ay^2$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

① $(3ax - 3y)^2$

② $3^2(3ax - 4ay)^2$

③ $3a(3^2ax - 4ay)^2$

④ $3a(3x + 2y)(3x - 2y)$

⑤ $3(9ax^2 - 4ay^2)$

해설

$$\begin{aligned} 27ax^2 - 12ay^2 &= 3a(9x^2 - 4y^2) \\ &= 3a(3x + 2y)(3x - 2y) \end{aligned}$$

2. $2x^2 - x + A = (2x - 3)(x + B)$ 꼴로 인수분해 될 때, $A + B$ 의 값은?

- ① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 0

해설

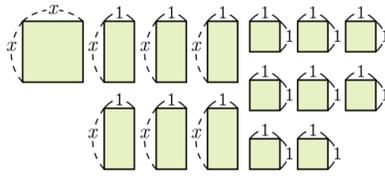
$$\begin{aligned}(2x - 3)(x + B) &= 2x^2 + 2Bx - 3x - 3B \\ &= 2x^2 - x + A\end{aligned}$$

$$2B - 3 = -1, B = 1$$

$$-3B = A, A = -3$$

$$\therefore A + B = (-3) + 1 = -2$$

3. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x 인 정사각형 한 개와, 두 변의 길이가 각각 x , 1 인 직사각형 6 개, 한 변의 길이가 1 인 정사각형 8 개를 재배열하여 직사각형 한 개를 만들려한다. 이 직사각형의 가로 길이를 a , 세로 길이를 b 라 할 때, $(b-a)^2$ 을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

한 변이 x 인 정사각형 한 개의 넓이: x^2
 세로, 가로가 각각 x , 1 인 직사각형 6 개의 넓이: $6x$
 한 변의 길이가 1 인 정사각형 8 개의 넓이: 8
 따라서 직사각형의 넓이는 $x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$
 가로 길이를 $x+2 = a$, 세로 길이를 $x+4 = b$ 라 하면
 $(b-a)^2 = ((x+4) - (x+2))^2 = 2^2 = 4$

4. 두 이차방정식 $x^2 + 3x + a = 0$ 과 $x^2 - 2x + b = 0$ 이 모두 1을 근으로 가질 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = -4, b = 1$

② $a = -4, b = -1$

③ $a = -3, b = 1$

④ $a = 4, b = -1$

⑤ $a = -3, b = -1$

해설

$x = 1$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$1 + 3 + a = 0 \therefore a = -4$$

$$1 - 2 + b = 0 \therefore b = 1$$

5. 다음 포물선을 폭이 좁은 것부터 차례로 쓴 것을 고르면?

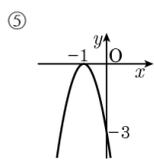
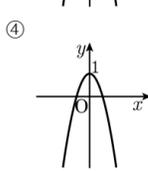
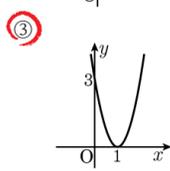
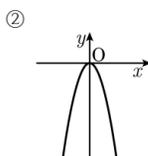
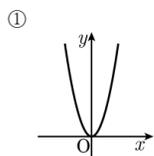
$\text{㉠ } y = x^2$	$\text{㉡ } y = 4x^2$
$\text{㉢ } y = \frac{3}{2}x^2$	$\text{㉣ } y = \frac{1}{4}x^2$

- ① ㉠-㉡-㉢-㉣ ② ㉡-㉢-㉠-㉣ ③ ㉡-㉢-㉠-㉣
④ ㉢-㉠-㉢-㉡ ⑤ ㉢-㉡-㉢-㉠

해설

이차항의 계수의 절댓값이 클수록 포물선의 폭은 좁아진다.

6. 다음 중 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행 이동한 그래프는?



해설

x 축의 방향으로 +1 만큼 평행이동한 그래프는 $y = 3(x - 1)^2$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, 0) 이다. 따라서 그래프는 ③이다.

7. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① (-1, 4) ② (-1, -4) ③ (1, -4)

④ (4, -1) ⑤ (1, 4)

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 1 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -3(x - 1)^2 + 4 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, 4) 이다.

8. 이차함수 $y = (x-1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-1)^2 + 2$

② $y = (x+1)^2 + 2$

③ $y = (x-1)^2 - 2$

④ $y = -(x+1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x-1)^2 + 2$

해설

y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

9. 다음 조건을 만족할 때, $x^3 + x + y + x^2y + 4$ 의 값을 구하여라.

$$x = \sqrt{3}, x + y - 4 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\begin{aligned} x = \sqrt{3}, x + y = 4 \text{ 이므로} \\ x^3 + x + y + x^2y + 4 &= x^2(x + y) + (x + y) + 4 \\ &= (x + y)(x^2 + 1) + 4 \\ &= 4 \times (3 + 1) + 4 \\ &= 20 \end{aligned}$$

10. 이차방정식 $3x^2 - (2k+3)x - 3 = 0$ 의 두 근 중 한 근을 a 라고 한다.
 $a - \frac{1}{a} = k$ 일 때, $(k-1)^2$ 의 값은?

- ① 25 ② 16 ③ 9 ④ 4 ⑤ 1

해설

a 가 주어진 방정식의 근이므로 $x = a$ 에 대입하면

$$3a^2 - (2k+3)a - 3 = 0$$

$$\text{양변을 } a \text{ 로 나누면, } 3a - (2k+3) - \frac{3}{a} = 0$$

$$3\left(a - \frac{1}{a}\right) = 2k+3, 3k = 2k+3 \therefore k = 3$$

$$\therefore (k-1)^2 = 4$$

11. 부등식 $2x + 5 \leq x + 6$ 의 자연수의 해가 중근을 갖는 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해일 때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$2x + 5 \leq x + 6, x \leq 1$$

이를 만족하는 자연수는 1 뿐이다.

따라서 $x = 1$ 이 주어진 이차방정식의 중근이므로

$$x^2 + ax + b = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\therefore a = -2, b = 1$$

12. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 그 근으로 알맞은 것은?

$$3x^2 - 8x + 1 = 0$$

- ① $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{3}$ ② $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{2}$ ③ $\frac{4 \pm \sqrt{13}}{3}$
④ $\frac{2 \pm \sqrt{13}}{2}$ ⑤ $\frac{-4 \pm \sqrt{13}}{3}$

해설

양변에 3을 나누면

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{3} = 0,$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{1}{3},$$

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{1}{3} + \frac{16}{9}$$

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{13}{9}, x = \frac{4 \pm \sqrt{13}}{3} \text{ 이다.}$$

13. $(x^2 - 4x)^2 - (x^2 - 4x) - 20 = 0$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -1$

▷ 정답: $x = 2$

▷ 정답: $x = 5$

해설

$x^2 - 4x = A$ 로 놓으면

$A^2 - A - 20 = 0, (A - 5)(A + 4) = 0$

$A = 5$ 또는 $A = -4$

(i) $x^2 - 4x = 5, x^2 - 4x - 5 = 0$

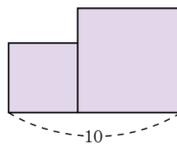
$(x - 5)(x + 1) = 0$

$\therefore x = 5$ 또는 $x = -1$

(ii) $x^2 - 4x = -4, x^2 - 4x + 4 = 0 (x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$

14. 다음 그림과 같은 두 정사각형의 넓이의 합이 52 일 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

큰 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$$x^2 + (10 - x)^2 = 52$$

$$2x^2 - 20x + 48 = 0$$

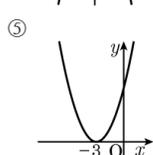
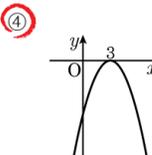
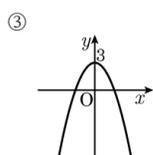
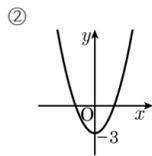
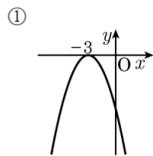
$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$(x - 4)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 6$$

$$x > 10 - x \text{ 이므로 } x = 6$$

15. 다음 중 $y = -\frac{2}{3}(x-3)^2$ 의 그래프는?



해설

x^2 의 계수 $-\frac{2}{3}$ 는 음수이므로 위로 볼록, 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

16. 이차함수 $y = a(x+3)^2 - 2$ 의 그래프는 이차함수 $y = -(x+b)^2 + c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행 이동한 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

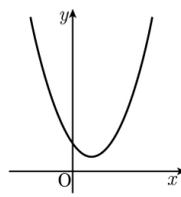
- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$y = -(x+5+b)^2 + c - 4 = a(x+3)^2 - 2$ 에서
 $a = -1, 5+b=3, c-4 = -2$
 $\therefore a = -1, b = -2, c = 2$
따라서 $a+b+c = -1$ 이다.

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 의 부호를 구하면?

- ① $a > 0, b > 0, c > 0$
- ② $a > 0, b > 0, c < 0$
- ③ $a > 0, b < 0, c > 0$
- ④ $a < 0, b > 0, c > 0$
- ⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$



해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a, b 는 다른 부호이므로 $b < 0$
 y 절편은 $c > 0$ 이다.

18. 다음은 인수분해 과정을 나타낸 것이다. 안에 들어갈 말을 차례대로 나열한 것은?

$$\begin{aligned} \text{㉠ } 2x^3 - 8x^2 - 10x &= 2x(x^2 - 4x - 5) \\ &= 2x(x - 5)(\text{}) \end{aligned}$$

㉡ $(x + y)^2 + 3(x + y) + 2$ 에서 를 A 로 치환한다.

- ① $x - 1, x - y$ ② $x - 1, x + y$ ③ $x + 1, x - y$
④ $x + 1, x + y$ ⑤ $x, x + y$

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } 2x^3 - 8x^2 - 10x &= 2x(x^2 - 4x - 5) \\ &= 2x(x - 5)(x + 1) \end{aligned}$$

19. $49x^2 - 9 + 14xy + y^2$ 을 인수분해하였더니 $(ax + y + b)(ax + cy + 3)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a - b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 11 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} 49x^2 + 14xy + y^2 - 9 &= (7x + y)^2 - 3^2 \\ &= (7x + y + 3)(7x + y - 3) \end{aligned}$$

$$a = 7, b = -3, c = 1$$

$$\therefore a - b + c = 11$$

20. $8^{32} - 1$ 이 자연수 n 에 의해 나누어 떨어질 때, n 의 값의 합을 구하여라.
(단, $60 < n < 70$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 128

해설

$$\begin{aligned}8^{32} - 1 &= (2^3)^{32} - 1 = 2^{96} - 1 \\ &= (2^{48} + 1)(2^{24} + 1)(2^{12} + 1) \\ &\quad (2^6 + 1)(2^3 + 1)(2^3 - 1)\end{aligned}$$

60 과 70 사이의 자연수 n 은 $2^6 + 1 = 65$ 또는 $2^6 - 1 = 63$ 이므로
그 합은 $65 + 63 = 128$ 이다.

21. 선물 가게에 원가가 1000원인 물건이 있다. 원가의 $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인 기간에 정가의 $2a\%$ 를 할인하여 팔았더니 120원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

원가 : 1000원

정가 : $1000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$ 원

$$1000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \left(1 - \frac{2a}{100}\right) + 120 = 1000$$

$$-10a - \frac{1}{5}a^2 + 1000 + 120 = 1000$$

$$a^2 + 50a - 600 = 0$$

$$(a + 60)(a - 10) = 0$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 10$$

23. $x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어떨어질 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $A - B = -2$

해설

$$\begin{aligned} & x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1 \\ &= (x^2 - 3x + 2)(x^2 + ax + b) \\ &= x^4 + (a-3)x^3 + (b-3a)x^2 + (-3b+2a)x + 2b \\ 2b &= 1, \therefore b = \frac{1}{2} \\ b-3a+2 &= 1, \therefore a = \frac{1}{2} \\ \therefore A &= a-3 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2} \\ \therefore B &= -3b+2a = (-3) \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \\ \therefore A-B &= -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & f(x) = x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1 \text{ 이라 하면} \\ & f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x) \text{ 라 쓸 수 있다.} \\ & f(1) = 1 + A + 1 + B + 1 = 0 \\ & f(2) = 16 + 8A + 4 + 2B + 1 = 0 \\ & A = -\frac{5}{2}, B = -\frac{1}{2} \\ \therefore A-B &= -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2 \end{aligned}$$

24. 이차방정식 $ax^2 + bx + ca = -b$ 가 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 1$ 을 근으로 가질 때, bc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x = 1$ 을 주어진 이차방정식에 대입하면

$$a + b + ca = -b$$

a 에 대하여 정리하면

$$(1 + c)a + 2b = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$1 + c = 0, 2b = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore b = 0, c = -1$$

$$\therefore bc = 0$$

25. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 48$ 사이에 둘러싸인 도형 내부의 좌표 중, x, y 좌표의 값이 모두 자연수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 170개

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 48$ 이 만나는 두 점은 각각 $(-6, 48), (6, 48)$

둘러싸인 부분의 x 좌표의 범위는 $-6 \leq x \leq 6$ 이므로 이 범위 안의 자연수는 1, 2, ..., 6의 6개가 있다.

(1) $y = 16$ 위에 있는 자연수인 점은 $(1, 16), (2, 16), \dots, (6, 16)$ 로 6개가 있다.

(2) $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프 위에 있는 자연수인 점은 $(3, 12), (6, 48)$ 의 2개가 있다.

따라서

x 좌표가 6일 때: 1개

x 좌표가 5일 때:

y 좌표는 34부터 48까지이므로 15개

x 좌표가 4일 때:

y 좌표는 22부터 48까지이므로 27개

x 좌표가 3일 때:

y 좌표는 12부터 48까지이므로 37개

x 좌표가 2일 때:

y 좌표는 6부터 48까지이므로 43개

x 좌표가 1일 때:

y 좌표는 2부터 48까지이므로 47개

$\therefore 1 + 15 + 27 + 37 + 43 + 47 = 170$ (개)