

1. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

①  $A > B > 0$ ,  $C > D > 0$ 이면  $AC > BD$ 이다.

②  $A > B$ ,  $C > D$ 이면  $A + C > B + D$ 이다.

③  $A > B > 0$ 이면  $A^2 > B^2$ 이다.

④  $A > B$ 이면  $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ 이다.

⑤  $A > 0 > B$ 이면  $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 이다.

해설

④ 만약  $B < 0 < A$  인 경우라면  $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 가 되어 주어진 문장은 틀리다.

2. 연립부등식  $\begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x + 0.5 < 0.2x + 1 \end{cases}$  의 해는?

①  $-3 < x < 3$

②  $x < -3$

③  $x > 3$

④ 해가 없다.

⑤  $-3 < x < 5$

해설

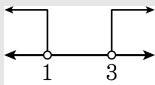
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x + 0.5 < 0.2x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 1 > 2 \\ 7x + 5 < 2x + 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 5x < 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$$

따라서 해가 없다.



3. 곡선  $y = x^3$  위의 서로 다른 세 점 A, B, C의  $x$ 좌표를 각각  $a, b, c$ 라고 한다. 세 점 A, B, C가 일직선 위에 있을 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

- ①  $a + b + c = 0$       ②  $a + b + c = 1$       ③  $abc = 1$   
④  $a + c = 2b$       ⑤  $ac = b^2$

해설

서로 다른 세 점  $A(a, a^3)$ ,  $B(b, b^3)$ ,  $C(c, c^3)$  이  
일직선 위에 있으므로 직선 AB의 기울기와  
직선 AC의 기울기는 같다.

$$\therefore \frac{b^3 - a^3}{b - a} = \frac{c^3 - a^3}{c - a}$$

$$\text{즉, } b^2 + ab + a^2 = c^2 + ac + a^2$$

$$(b - c)(a + b + c) = 0 \text{ 에서 } b \neq c \text{ 이므로}$$

$$a + b + c = 0$$

4. 직선  $x + 3y - k = 0$ 이 원  $(x - 5)^2 + y^2 = 3$ 의 넓이를 이등분할 때,  $k$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

직선이 원의 넓이를 이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.

따라서 원의 중심  $(5, 0)$ 이 직선 위에 있으므로  $5 - k = 0$

$\therefore k = 5$



5.  $\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$  을 만족하는  $x, y$  를 구하여  $x^2 - y^2$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 또는 -12

해설

$$\begin{cases} x - y = 2 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 20 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서  $y = x - 2$  를

㉡식에 대입하면

$$x^2 + (x - 2)^2 = 20, 2x^2 - 4x + 4 - 20 = 0,$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 16 - 4 = 12 \quad \text{또는} \quad x^2 - y^2 = 4 - 16 = -12$$

6. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 + x + y = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$  을 풀면  $x = \alpha, y = \beta$

또는  $x = \gamma, y = \delta$  이다. 이 때,  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

인수분해되는 식은 없으나 이차항을 소거할 수 있다.

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{에서 } x - y = -2, \text{ 즉 } y = x + 2$$

$\textcircled{㉠}$ 에 대입하여 정리하면

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x + 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -1, -2$$

$$\therefore x = -1, y = 1 \text{ 또는 } x = -2, y = 0$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 6$$

7. 방정식  $2x^2 + 4y^2 + 4xy + 2x + 1 = 0$ 을 만족시키는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x + y$ 의 값을 구하면?

①  $-\frac{3}{2}$

②  $-1$

③  $-\frac{1}{2}$

④  $-\frac{1}{4}$

⑤  $-\frac{1}{7}$

해설

$2x^2 + 4y^2 + 4xy + 2x + 1 = 0$ 에서

$$x^2 + 4xy + 4y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0,$$

$$(x + 2y)^2 + (x + 1)^2 = 0$$

$x, y$ 가 실수이므로  $x + 2y = 0 \dots\dots ①, x + 1 = 0 \dots\dots ②$

①, ②에서  $x = -1, y = \frac{1}{2}$

$$\therefore x + y = -\frac{1}{2}$$

해설

주어진 방정식을  $x$ 에 대하여 정리하면  $2x^2 + 2(2y+1)x + (4y^2+1) = 0 \dots\dots ①$

$x$ 가 실수이므로  $\frac{D}{4} = (2y + 1)^2 - 2(4y^2 + 1) \geq 0$

$$\therefore (2y - 1)^2 \leq 0$$

그런데  $2y - 1$ 이 실수이므로  $2y - 1 = 0$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \dots\dots ②$$

②를 ①에 대입하면

$$2x^2 + 4x + 2 = 0, (x + 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = -1 \dots\dots ③$$

②, ③에서  $x + y = -\frac{1}{2}$

8. 방정식  $xy + 2x = 3y + 10$  을 만족하는 양의 정수가  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$  일 때,  $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

### 해설

주어진 식을 변형하면

$$xy + 2x - 3y = 10, \quad xy + 2x - 3y - 6 = 4,$$

$$(x - 3)(y + 2) = 4$$

$y + 2 \geq 3$ 이므로 두 자연수의 곱이 4가 되는 경우는

$$x - 3 = 1, \quad y + 2 = 4$$

$$\therefore x = 4, \quad y = 2$$

9. 대학수학능력시험 수리탐구 의 문항 수는 30 개 이고 배점은 80 점 이다. 문항별 배점은 2 점, 3 점, 4 점 의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 2 점 짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

### 해설

2 점 문항 개수를  $x$ , 3 점 문항을  $y$ ,  
4 점 문항을  $z$  라 하자

$$2x + 3y + 4z = 80 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x + y + z = 30 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - 4 \times \textcircled{㉡} \Rightarrow y = 40 - 2x$$

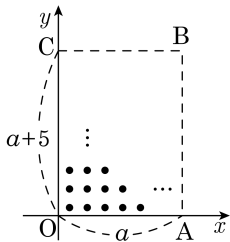
$$\textcircled{㉠} - 3 \times \textcircled{㉡} \Rightarrow z = x - 10$$

$$\therefore x = 10 \text{ 이면 } z = 0$$

$\Leftarrow$  조건이 성립하지 않음

$$\therefore x \geq 11, \text{ 최소 11 문항}$$

10. 다음 그림과 같이 원점을 모서리로 하고,  $\overline{OA} = a$ ,  $\overline{OC} = a + 5$  인 직사각형 OABC가 있다. 사각형 OABC 내부의 격자점의 수가 50 개 이하가 되도록 할 때,  $a$  의 최댓값은? (단,  $a > 0$  이고, 격자점은  $x$  좌표와  $y$  좌표가 모두 정수인 점이다.)



① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$(a - 1)(a + 4) \leq 50$$

$$a^2 + 3a - 54 = (a + 9)(a - 6) \leq 0$$

$$\therefore 0 < a \leq 6$$

11. 부등식  $ax^2 - 2ax + 1 \leq 0$ 이 단 하나의 해를 갖도록 하는 실수  $a$ 의 값을 구하여라.

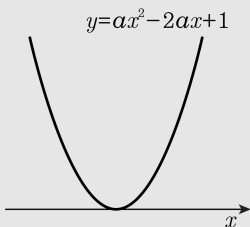
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 부등식이 단 하나의 해를 가지려면

$y = ax^2 - 2ax + 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 그래프가 아래로 볼록이므로  $a > 0$

(ii)  $ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 의 판별식을  $D$ 라 하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - a = 0 \text{ 에서 } a = 0 \text{ 또는 } a = 1$$

(i), (ii)에서  $a = 1$

12.  $1 < x < 3$  에서  $x$  에 대한 이차방정식  $x^2 - ax + 4 = 0$  이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수  $a$  의 값의 범위가  $\alpha < a < \beta$  일 때,  $3\alpha\beta$  의 값을 구하여라.

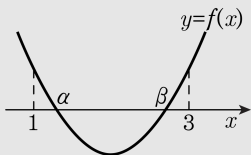
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$  라 하면

$1 < x < 3$  에서  $y = f(x)$  의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



( i )  $x^2 - ax + 4 = 0$  의 판별식을  $D$  라 하면

$$D = a^2 - 16 > 0 \text{ 에서 } (a+4)(a-4) > 0$$

$$\therefore a < -4 \text{ 또는 } a > 4$$

( ii )  $f(1) = 5 - a > 0$  에서  $a < 5$

$$f(3) = 13 - 3a > 0 \text{ 에서 } a < \frac{13}{3}$$

$$\therefore a < \frac{13}{3}$$

( iii )  $y = f(x)$  의 그래프의 대칭축이

$$x = \frac{a}{2} \text{ 이므로 } 1 < \frac{a}{2} < 3$$

$$\therefore 2 < a < 6$$

( i ), ( ii ), ( iii ) 에서  $a$  의 값의 범위는  $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서,  $\alpha = 4$ ,  $\beta = \frac{13}{3}$  이므로  $3\alpha\beta = 52$



13. 네 점 A(3, 5), B(a, 10), C(-1, -1), D(-2, b)를 꼭짓점으로 하는 사각형이 평행사변형이 될 때, a, b에 대하여 a + b의 값은?

① -2

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

### 해설

평행사변형이 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

즉,  $(\overline{AC}$ 의 중점) =  $(\overline{BD}$ 의 중점)이므로

$$\begin{aligned}(\overline{AC} \text{의 중점}) &= \left( \frac{3 + (-1)}{2}, \frac{5 + (-1)}{2} \right) = (1, 2) \\ &= \left( \frac{a + (-2)}{2}, \frac{10 + b}{2} \right)\end{aligned}$$

$$\frac{a + (-2)}{2} = 1, \quad \frac{10 + b}{2} = 2 \text{ 에서 } a = 4, \quad b = -6$$

$$\therefore a + b = -2$$

14. 두 직선  $y = 3x + 2$ ,  $x - ay - 7 = 0$  이 서로 수직이 되도록 상수  $a$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-3$

해설

두 직선이 서로 수직이면 기울기의 곱이  $-1$ 이다.

$$\therefore 3 \times \frac{1}{a} = -1 \Rightarrow a = -3$$

15. 좌표평면 위의 두 점  $A(-1, 4)$ ,  $B(3, 2)$  를 이은 선분  $AB$  의 수직이등분선의 방정식은?

①  $y = -2x - 5$

②  $y = -2x + 5$

③  $y = 2(x - 5)$

④  $y = 2x + 1$

⑤  $y = 2x - 1$

해설

선분  $AB$  의 기울기 :  $\frac{2-4}{3-(-1)} = -\frac{1}{2}$

따라서, 선분  $AB$  의 수직이등분선의 기울기는 2 이다.

또, 선분  $AB$  의 수직이등분선은 두 점  $A$ ,  $B$  의 중점을 지난다.

중점의 좌표는  $\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{4+2}{2}\right) = (1, 3)$  이므로

구하는 직선의 방정식은  $y - 3 = 2(x - 1)$

$\therefore y = 2x + 1$

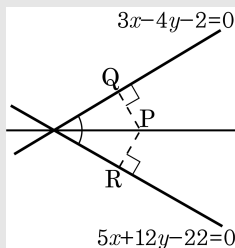
16. 두 직선  $3x-4y-2=0$ ,  $5x+12y-22=0$  이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이  $ax+by+c=0$  일 때,  $a+b+c$  의 값을 구하여라. (단,  $a$ 는 양수,  $a, b, c$ 는 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

### 해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점  $P(X, Y)$  에 대하여  $P$ 에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각  $Q, R$ 이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$  이므로

$$\frac{|3X - 4Y - 2|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|5X + 12Y - 22|}{\sqrt{25 + 144}}$$

$$13(3X - 4Y - 2) = \pm 5(5X + 12Y - 22)$$

즉,  $13(3X - 4Y - 2) = 5(5X + 12Y - 22)$  또는

$13(3X - 4Y - 2) = -5(5X + 12Y - 22)$  정리하면

$x - 8y + 6 = 0$  또는  $8x + y - 17 = 0$  에서

기울기가 양이므로

$$\therefore x - 8y + 6 = 0$$

$$\therefore a + b + c = -1$$

17.  $x^2 + y^2 = 1$  일 때,  $2x + y$ 의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

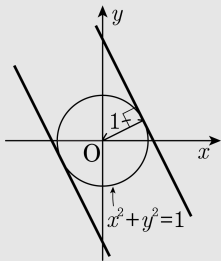
▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값  $\sqrt{5}$

▷ 정답 : 최솟값  $-\sqrt{5}$

해설



구하는  $2x + y = k$ 라 하면  $y = -2x + k$ 에서  $k$ 는 기울기가  $-2$ 인 직선의  $y$ 절편이다.

주어진 조건을 만족할 때, 직선은 다음 그림과 같이 존재하므로

점과 직선사이의 거리에서  $\frac{|k|}{\sqrt{5}} \leq 1$

$\therefore -5 \leq k \leq \sqrt{5}$

18. 좌표평면 위에 다음과 같은 한 직선과 두 원이 있다.

$$y = mx + 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 + y^2 = 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x^2 + y^2 = 4 \cdots \textcircled{㉢}$$

직선 ㉠은 원 ㉡와 만나지 않고, 원 ㉢과는 공유점을 가질 때,  $m$ 의 값의 범위를 구하시오. (단,  $m > 0$ )

①  $\sqrt{5} \leq m < 2\sqrt{3}$

②  $\sqrt{5} \leq m < 2\sqrt{2}$

③  $\sqrt{5} \leq m < 4$

④  $\frac{\sqrt{5}}{2} \leq m < 2\sqrt{2}$

⑤  $\frac{\sqrt{5}}{2} \leq m < 2\sqrt{3}$

### 해설

원과 직선이 만나지 않으면 원 중심에서 직선까지의 거리가 반지름보다 크고 공유점이 있으면 반지름 이하이다.

$$\Rightarrow \text{i) } \textcircled{㉡} \text{ 와 안 만날 때 : } \frac{|3|}{\sqrt{m^2 + 1}} > 1$$

$$\text{ii) } \textcircled{㉢} \text{ 과 공유점을 가질 때 : } \frac{|3|}{\sqrt{m^2 + 1}} \leq 2$$

$$\Rightarrow -2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}, m \leq -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{또는 } m \geq \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{2} \leq m < 2\sqrt{2} (\because m > 0)$$

19. 좌표평면 위에 원  $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = r^2$  과 원 밖의 점  $A(2, 1)$  이 있다. 점  $A$  에서 원에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, 반지름의 길이  $r$  의 값은?

① 3

②  $\sqrt{10}$

③  $\sqrt{11}$

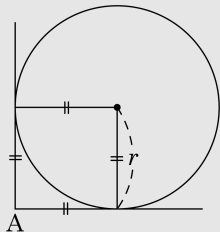
④  $\sqrt{13}$

⑤  $\sqrt{14}$

### 해설

두 접선이 서로 수직이면 그림 처럼 한 변이  $r$  인 정사각형이 된다.

따라서 원 중심에서  $A$  까지의 거리는  $\sqrt{2}r$  이 된다.



$$\therefore \sqrt{(5-2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{2}r$$

$$\therefore r = 3$$

20. 방정식  $2x^2 + 2xy + 5y^2 + 6x + 12y + 9 = 0$  을 만족하는 실수  $x, y$  에 대하여  $x + y$  의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

준식을  $y$ 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$5y^2 + 2(x+6)y + (2x^2 + 6x + 9) = 0$$

$y$ 가 실근을 가져야 하므로 판별식  $\frac{D}{4} \geq 0$

$$\begin{aligned}\frac{D}{4} &= (x+6)^2 - 5(2x^2 + 6x + 9) \\ &= -9x^2 - 18x - 9 = -9(x+1)^2 \geq 0\end{aligned}$$

따라서  $-9(x+1)^2 = 0$

$$x+1 = 0$$

$$\therefore x = -1$$

준식에  $x = -1$  을 대입하면

$$2 - 2y + 5y^2 - 6 + 12y + 9 = 0$$

$$5y^2 + 10y + 5 = 0$$

$$5(y+1)^2 = 0$$

$$\therefore y = -1$$

$$\therefore x + y = -2$$



21. 연립부등식  $-3 < \frac{x+a}{2} \leq 2$  의 해가  $-7 < x \leq b$  일 때,  $ax - b < 0$  의 해를 구하면?

①  $x < 1$

②  $x > 1$

③  $1 < x < 3$

④  $x < 3$

⑤  $x > 3$

해설

$-6 < x + a \leq 4$  와  $-7 < x \leq b$  와 같으므로  $-6 - a < x \leq 4 - a$ ,

$$a = 1, b = 3$$

$$ax - b = x - 3 < 0$$

그러므로  $x < 3$  이다.

22. 연립부등식  $\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \\ |x| < a \end{cases}$  의 해가 없을 때, 양수  $a$  의 값의 범위를 구하여라.

①  $3 < a \leq 4$

②  $0 < a \leq 3$

③  $0 < a < 3$

④  $0 < a \leq 4$

⑤  $0 < a < 4$

해설

$$\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \cdots \textcircled{㉠} \\ |x| < a \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서  $6 < -x + 2$  의 해는  $x < -4$

$-x + 2 < -2x - 1$  의 해는  $x < -3$

$$\therefore x < -4$$

㉡에서  $|x| < a$ 는  $-a < x < a$  두 연립부등식의 해가 없으려면

$$-a \geq -4, a \leq 4,$$

그런데  $a$ 는 양수이므로  $a$ 의 값의 범위는  $0 < a \leq 4$  이다.

23. 어느 학교 학생들이 운동장에서 야영을 하기 위해 텐트를 설치하였다. 한 텐트에 3 명씩 자면 12명이 남고, 5 명씩 자면 텐트가 10 개가 남는다고 할 때, 텐트의 수를 구하여라.

▶ 답 :        개

▶ 답 :        개

▶ 답 :        개

▷ 정답 : 31 개

▷ 정답 : 32 개

▷ 정답 : 33 개

#### 해설

텐트 수를  $x$  개, 학생 수를  $(3x + 12)$  명이라 하면

$$5(x - 11) + 1 \leq 3x + 12 \leq 5(x - 11) + 5$$

$$5(x - 11) + 1 \leq 3x + 12 \text{에서}$$

$$5x - 55 + 1 \leq 3x + 12,$$

$$2x \leq 66$$

$$\therefore x \leq 33$$

$$3x + 12 \leq 5(x - 11) + 5 \text{에서}$$

$$3x + 12 \leq 5x - 55 + 5,$$

$$2x \geq 62$$

$$\therefore x \geq 31$$

$$\therefore 31 \leq x \leq 33$$

24. 부등식  $[x-1]^2 + 3[x] - 3 < 0$ 의 해는? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

①  $-2 \leq x < 1$

②  $-2 \leq x < 0$

③  $-1 \leq x < 1$

④  $-1 \leq x < 0$

⑤  $0 \leq x < 2$

해설

$$x - 1 = A \text{라 하면 } x = A + 1$$

$$\therefore [A]^2 + 3[A + 1] - 3 = [A]^2 + 3[A] + 3 - 3 < 0$$

$$[A]([A] + 3) < 0 \quad \therefore -3 < [A] < 0$$

$$-2 \leq A < 0 \quad \therefore -2 \leq x - 1 < 0 \text{ 이므로}$$

$$-1 \leq x < 1$$

25. 모든 실수  $x$ 에 대하여, 부등식  $k\{x^2 - (k-2)x - 3(k-2)\} > 0$ 가 성립되게 하는 상수  $k$ 값의 범위를 구하면?

①  $0 < k < 2$

②  $1 < k < 2$

③  $1 < k < 4$

④  $-1 < k < 3$

⑤  $-2 < k < -1$

해설

모든 실수  $x$ 에 대하여 성립하므로

$$k > 0 \cdots \textcircled{1}$$

$x^2 - (k-2)x - 3(k-2) > 0$ 이 항상 성립하려면

$$D = (k-2)^2 + 12(k-2) < 0 \text{에서}$$

$$(k-2)(k+10) < 0$$

$$\therefore -10 < k < 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 0 < k < 2$$

26. 이차부등식  $x^2 + ax + b < 0$  을 풀 때, 근우는  $b$  를 잘못보고 풀어서  $1 < x < 3$  이라는 해를 얻었고, 기원이는  $a$  를 잘못보고 풀어서  $-2 < x < 4$  이라는 해를 얻었다. 이 부등식의 옳은 해는?

①  $-1 < x < 2$

②  $-2 < x < 3$

③  $2 - 2\sqrt{5} < x < 2 + 2\sqrt{5}$

④  $1 - \sqrt{3} < x < 1 + \sqrt{3}$

⑤  $2 - 2\sqrt{3} < x < 2 + 2\sqrt{3}$

해설

$$1 < x < 3 \Leftrightarrow (x-1)(x-3) < 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 < 0$$

$$\therefore a = -4$$

$$-2 < x < 4 \Leftrightarrow (x+2)(x-4) < 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 < 0$$

$$\therefore b = -8$$

$$x^2 - 4x - 8 < 0$$

$$\therefore 2 - 2\sqrt{3} < x < 2 + 2\sqrt{3}$$

27. 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 실근을  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ )라 하고, 부등식  $ax^2 + bx + c \geq 0$ 의 모든 해가  $\sqrt{2} \leq x < 3$ 의 범위 안에 있을 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠  $\alpha + \beta > 2\sqrt{2}$

㉡  $ac > 0$

㉢  $4a + c < 2b$

① ㉠

② ㉡

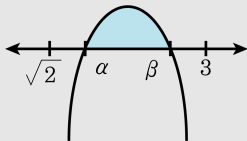
③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

주어진 조건이 성립하려면 다음 그림과 같이  $a < 0$ ,  $\sqrt{2} \leq \alpha < \beta < 3$ 을 만족하여야 한다.



㉠  $\sqrt{2} \leq \alpha < \beta$ 에서  $\alpha + \beta > 2\sqrt{2}$

㉡  $\alpha\beta = \frac{c}{a} > 0$ 이므로  $ac > 0$ 이다.

㉢  $f(-2) = 4a - 2b + c < 0$ 에서  $4a + c < 2b$

28.  $|p| < 2$ 를 만족하는 모든 실수  $p$ 에 대하여 부등식  $x^2 + px + 1 > 2x + p$ 가 성립하도록 하는  $x$ 의 값의 범위는?

①  $x \leq -3, x = -1, x \geq 1$

②  $x \leq -1, x = 1, x \geq 3$

③  $x \leq -3, x \geq 1$

④  $x \leq -1, x \geq 3$

⑤  $-3 \leq x \leq -1$

### 해설

$$x^2 + px + 1 > 2x + p, (x-1)p + x^2 - 2x + 1 > 0$$

$f(p) = (x-1)p + x^2 - 2x + 1$ 이라 하면,  $f(p) > 0$ 이다.

$-2 < p < 2$ 에서  $f(p) > 0$ 이기 위한 조건은  $f(-2) \geq 0$ 이고  $f(2) \geq 0$  이어야 한다.

$$f(-2) \geq 0 \text{ 에서 } x^2 - 4x + 3 \geq 0$$

$$\therefore (x-1)(x-3) \geq 0$$

$$\therefore x \leq 1, x \geq 3 \dots\dots \textcircled{\Gamma}$$

$$f(2) \geq 0 \text{ 에서 } x^2 - 1 \geq 0$$

$$\therefore (x+1)(x-1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1, x \geq 1 \dots\dots \textcircled{\Delta}$$

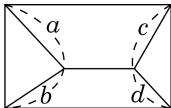
$$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\Delta} \text{에서 } \therefore x \leq -1, x = 1, x \geq 3$$

그런데  $x = 1$  일 때  $f(p) = 0 \cdot p + 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 0$  이므로 주어진 조건을 만족하지 않는다.

따라서 구하는  $x$ 값의 범위는  $x \leq -1, x \geq 3$



29. 다음 그림과 같이, 직사각형의 내부에 임의의 선분이 한 번에 평행하게 놓여 있다. 선분의 끝점과 꼭지점 사이의 거리를  $a, b, c, d$  라고 할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?



①  $\sqrt{a} + \sqrt{c} = \sqrt{a} + \sqrt{d}$

②  $a + c = b + d$

③  $a + b = c + d$

④  $a^2 + d^2 = b^2 + c^2$

⑤  $a^2 + b^2 = c^2 + d^2$

### 해설

좌표를 도입하여 점 B가 원점이 되도록 하면

$A(0, q)$ ,  $C(p, 0)$  라 할 수 있고  $D(p, q)$  이다.

이때,  $E(x, y)$ ,  $F(z, y)$  라고 하면

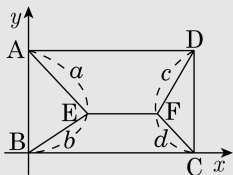
$$a^2 = x^2 + (y - q)^2$$

$$b^2 = x^2 + y^2$$

$$c^2 = (z - p)^2 + (y - q)^2$$

$$d^2 = (z - p)^2 + y^2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a^2 + d^2 = b^2 + c^2$$



30. 두 점 A(-2, 1), B(4, -3)에서 같은 거리에 있고 직선  $y = 2x - 1$  위에 있는 점 P의 좌표는?

- ① (-3, -7)                      ② (-2, -5)                      ③ (3, 5)  
④ (2, 3)                          ⑤ (2, 5)

해설

점 P의 좌표를  $(a, b)$ 라 하면  $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 에서

$$(a + 2)^2 + (b - 1)^2 = (a - 4)^2 + (b + 3)^2$$

정리하면  $12a - 8b = 20$

$$\therefore 3a - 2b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

또, P는  $y = 2x - 1$  위에 있으므로

$$b = 2a - 1 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면  $a = -3, b = -7$

31. 두 점  $(a, 0)$ ,  $(0, b)$  에서 직선  $2x - y = 0$  까지의 거리가 같을 때,  
 $\frac{2a - b}{a + b}$  의 값은 ? (단,  $ab < 0$ )

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

### 해설

두 점  $(a, 0)$ ,  $(0, b)$  에서  
 직선  $2x - y = 0$   
 까지의 거리가 같으므로,

$$\frac{|2a - 0|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|0 - b|}{\sqrt{2^2 + 1^2}}$$

$|2a| = |-b|$ ,  $ab < 0$  이므로

$$2a = -b, \therefore b = -2a$$

$$\text{따라서, } \frac{2a - b}{a + b} = \frac{2a + 2a}{a - 2a} = \frac{4a}{-a} = -4$$

32. 원점에서 직선  $(a-1)x + (a+3)y - 4 = 0$  에 이르는 거리를  $f(a)$  라 할 때,  $f(a)$  의 최댓값은? (단,  $a$  는 상수)

① 1

②  $\sqrt{2}$

③ 2

④  $2\sqrt{2}$

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(a) &= \frac{|-4|}{\sqrt{(a-1)^2 + (a+3)^2}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{2a^2 + 4a + 10}} \end{aligned}$$

이 때,  $f(a)$  의 값이 최대가 되려면 분모가 최소이어야 한다.

$$2a^2 + 4a + 10 = 2(a^2 + 2a) + 10 = 2(a+1)^2 + 8$$

즉, 분모의 최솟값은  $\sqrt{8}$  이므로

$$f(a) \text{ 의 최댓값은 } \therefore \frac{4}{\sqrt{8}} = \sqrt{2}$$

33. 직선  $x = 2$ 에 접하고, 원  $(x + 3)^2 + y^2 = 1$ 에 외접하는 원의 중심의 자취를 나타내는 식은?

①  $y^2 = -8x$

②  $y^2 = 8x$

③  $y^2 = -12x$

④  $x^2 = -8y$

⑤  $x^2 = 8y$

### 해설

구하는 원의 중심을  $P(x, y)$ 라 놓고  $x, y$  사이의 관계식을 세운다.  
점  $P$ 에서 직선  $x = 2$ 에 내린 수선의 발을  $B$ , 원  $(x + 3)^2 + y^2 = 1$ 의 중심을  $A$ 라고 하면

$$\overline{AP} - 1 = \overline{BP} \text{ 에서}$$

$$\sqrt{(x + 3)^2 + y^2} - 1 = 2 - x$$

$$\therefore y^2 = -12x$$

34. 감시 카메라의 서쪽 20km 해상에서 한 척의 배가 북동쪽 방향으로 매시 5km의 속력으로 가고 있다. 감시 카메라로부터 15km 이내에 있는 배는 감시 화면에 나타난다고 할 때, 이 배는 감시 화면에 몇 시간 동안 나타나는지 구하여라

▶ 답 :

시간

▷ 정답 : 2시간

### 해설

감시카메라의 위치와 배의 처음 위치를 각각  $O(0,0), A(-20,0)$  이라 하면, 배의 자취의 방정식은  $y = x + 20 (x \geq -20)$  이다.

배가  $B, C$  위치 사이에 있을 때, 감시 화면에 나타나므로  $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면 된다.

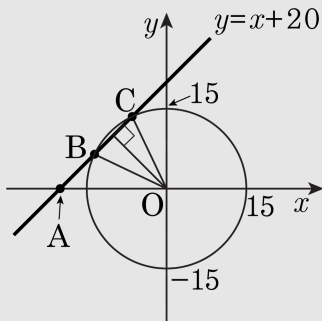
$O(0,0)$ 에서 직선  $x - y + 20 = 0$ 에 이르는 거리는

$$\frac{|20|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 10\sqrt{2}$$

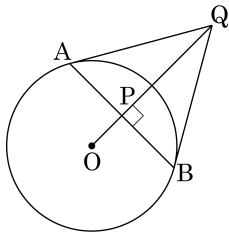
$$\therefore \overline{BC} = 2\sqrt{15^2 - (10\sqrt{2})^2} = 10(\text{km})$$

따라서 배의 속력이 5 km/h 이므로

이 배가 감시 화면에 나타나는 시간은 2시간이다.



35. 반지름의 길이가 10 인 원 O 의 내부에 한 점 P 가 있다. 점 P 를 지나고 직선 OP 에 수직인 직선이 원과 만나는 두 점을 A, B 라 하고, A, B 에서의 두 접선의 교점을 Q 라 하자.  $\overline{OP} = 5$  일 때, 선분 PQ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\triangle OAP$  에서  $\overline{OA} = 10$ ,  $\overline{OP} = 5$  이고  
 $\angle OPA = 90^\circ$  이므로 피타고라스의 정리에 의해

$$\begin{aligned}\overline{AP} &= \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OP}^2} \\ &= \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

또한,  $\angle AOP = \angle QAP$  이고  $\angle OAP = \angle AQP$  이므로

$\triangle OAP$  와  $\triangle AQP$  는 닮은 꼴이 된다.

$$\therefore \overline{OP} : \overline{AP} = \overline{AP} : \overline{PQ}$$

$$\therefore \overline{PQ} = \frac{\overline{AP}^2}{\overline{OP}} = \frac{75}{5} = 15$$

