

1. 이차방정식 $(a^2 - 9)x^2 + (3a - 4)x + (2a - 7) = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{7}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$a^2 - 9 - 3a + 4 + 2a - 7 = 0$$

$$a^2 - a - 12 = 0$$

$$(a - 4)(a + 3) = 0$$

$$\therefore a = 4 \text{ (} a^2 - 9 \neq 0 \text{ 이므로 } a \neq -3 \text{)}$$

$$a = 4 \text{ 를 대입하면 } 7x^2 + 8x + 1 = 0$$

$$(7x + 1)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{7} \text{ 또는 } x = -1$$

따라서 다른 한 근은 $-\frac{1}{7}$ 이다.

2. 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$ 의 한 근이 2 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$x^2 + x + a = 0$, $x = 2$ 를 대입하면

$6 + a = 0$, $a = -6$

$x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$

$x = 2$ 또는 $x = -3$

$\therefore (-6) \times (-3) = 18$

3. 다음에 주어진 이차방정식 중에서 증근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $x^2 - 4 = 0$
- ㉡ $x^2 = 8x - 16$
- ㉢ $(3x + 1)^2 = 1$
- ㉤ $x^2 = 0$
- ㉥ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3$

- ① ㉠, ㉡, ㉢
- ② ㉡, ㉤
- ③ ㉠, ㉡, ㉤
- ④ ㉡, ㉤
- ⑤ ㉡, ㉤, ㉥, ㉥

해설

증근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이다.
㉡ $x^2 = 8x - 16 \leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \leftrightarrow (x - 4)^2 = 0$
 $\therefore x = 4$ (증근)
㉤ $x^2 = 0$
 $\therefore x = 0$ (증근)
㉥ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3 \leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0$
 $(2x + 1)^2 = 0$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$ (증근)

4. 이차방정식 $x^2 + 2x = -2(x + 2)$ 을 풀어라.(단, x 는 중근)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

해설

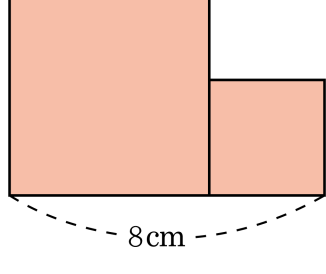
$$x^2 + 2x = -2x - 4$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ (중근)}$$

5. 다음 그림과 같이 길이가 8cm 인 선분 위에 한 점을 잡아 정사각형 두 개를 만들었다. 큰 정사각형의 넓이가 작은 정사각형의 넓이의 3 배일 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?



- ① $4\sqrt{3}$ cm ② $(8 - 2\sqrt{3})$ cm ③ 5cm
④ $(12 - 4\sqrt{3})$ cm ⑤ $(3 + 2\sqrt{2})$ cm

해설

큰 정사각형의 한 변을 x cm, 작은 정사각형의 한 변을 $(8-x)$ cm 라고 하면,

$$x^2 = 3(8-x)^2$$

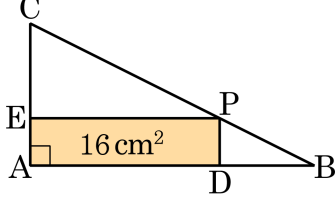
$$x^2 = 3(64 - 16x + x^2), x^2 - 24x + 96 = 0$$

근의 공식 (짝수공식) 을 이용하여 풀면

$$x = 12 \pm \sqrt{144 - 96} = 12 \pm 4\sqrt{3}$$

$$x < 8 \text{ 이므로 } x = 12 - 4\sqrt{3}$$

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 가 되었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이는? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



- ① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \sim \triangle CAB$ (AA 닮음) 이므로

$$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$$

$$\overline{EP} = \overline{AD} = x \text{ cm 라 하면 } \overline{CE} : x = 6 : 12$$

$$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x (\text{cm})$$

$$\text{따라서 } \overline{EA} = \left(6 - \frac{1}{2}x\right) \text{ cm 이므로}$$

$$x \left(6 - \frac{1}{2}x\right) = 16$$

$$x^2 - 12x + 32 = (x - 4)(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$$\text{그런데 } 6 < x < 12 \text{ 이므로 } x = 8 (\text{cm})$$

7. 어떤 원의 반지름의 길이를 2cm 만큼 늘였더니 넓이가 처음 원의 3배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하면?

- ① $1 + \sqrt{2}\text{cm}$ ② $1 + \sqrt{3}\text{cm}$ ③ $1 + 2\sqrt{2}\text{cm}$
④ $1 + 2\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $2 + \sqrt{3}\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름의 길이를 $x\text{cm}$, 늘인 원의 반지름의 길이를 $(x+2)\text{cm}$ 이라 하면

$$3\pi x^2 = \pi(x+2)^2$$

$$3x^2 = x^2 + 4x + 4, x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = -(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - (-2)} = 1 \pm \sqrt{3}$$

따라서 $x > 0$ 이므로 $(1 + \sqrt{3})\text{cm}$

8. 어떤 정사각형의 가로 길이 4 cm 길게 하고, 세로 길이를 2 cm 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 40 cm^2 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이는?

- ① 25 cm^2 ② 30 cm^2 ③ 36 cm^2
④ 40 cm^2 ⑤ 49 cm^2

해설

정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면, $(x+4)(x-2) = 40$
이므로

$$x^2 + 2x - 8 = 40$$

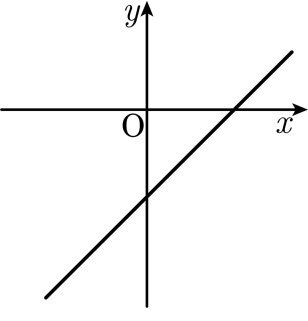
$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$(x-6)(x+8) = 0$$

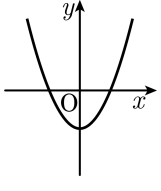
$$x = 6 (\because x > 0)$$

따라서 처음 정사각형의 넓이는 $6 \times 6 = 36(\text{cm}^2)$ 이다.

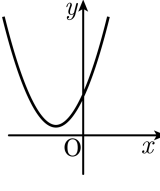
9. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = bx^2 + a$ 의 그래프는?



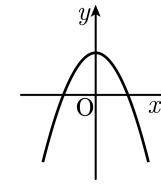
①



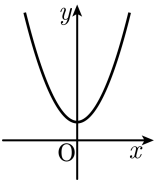
②



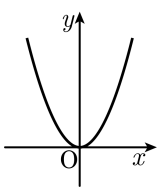
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 그래프에서 $a > 0$, $b < 0$ 이므로 이차함수 $y = bx^2 + a$ 는 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

10. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프 $y = f(x)$ 에 대하여 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$ 일 때, 다음 중 이 그래프 위의 점이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

보기

- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ (1, -2)
- $\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{9}\right)$
- $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ (3, -12)
- $\textcircled{\tiny \text{㉣}}$ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$
- $\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ (-4, -30)

- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ 1 개
- $\textcircled{\textcircled{\tiny \text{㉡}}}$ 2 개
- $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ 3 개
- $\textcircled{\tiny \text{㉣}}$ 4 개
- $\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ 5 개

해설

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a$, $f(-2) = 4a$ 이므로
 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$, $2 \times \frac{1}{4} \times a - 4a = 7$, $-7a = 14$, $a = -2$ $\therefore f(x) = -2x^2$
 $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ $f(3) = -2 \times (-3)^2 = -18$ $\therefore$ (3, -18)
 $\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ $f(-4) = -2 \times (-4)^2 = -32$ $\therefore$ (-4, -32)
따라서 주어진 그래프 위의 점이 아닌 것은 $\textcircled{\tiny \text{㉢}}, \textcircled{\tiny \text{㉤}}$ 의 2 개이다.

11. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,

$$x(x-7)=30$$

$$x^2-7x-30$$

$$(x-10)(x+3)=0$$

$$\therefore x=10 (\because x \text{ 는 자연수})$$

12. 희망이와 동생의 나이 차이는 5 살이다. 희망이 나이의 제곱은 동생 나이의 제곱에 2 배를 한 것보다 14 가 크다. 이 때, 희망이와 동생 나이의 합을 구하여라.

▶ 답 : 살

▷ 정답 : 27살

해설

희망이의 나이를 x , 동생의 나이는 $x - 5$ 라 하면
 $x^2 = 2 \times (x - 5)^2 + 14$ 이므로
 $x^2 = 2x^2 - 20x + 64$
 $x^2 - 20x + 64 = 0$
 $(x - 4)(x - 16) = 0$
따라서 $x = 16$ (단, $x > 5$) 이다.
희망이 나이는 16 살, 동생의 나이는 11 살이다.
따라서 나이의 합은 $16 + 11 = 27$ (살)이다.