

1. 이차방정식 $(a^2 - 9)x^2 + (3a - 4)x + (2a - 7) = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{7}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$a^2 - 9 - 3a + 4 + 2a - 7 = 0$$

$$a^2 - a - 12 = 0$$

$$(a - 4)(a + 3) = 0$$

$$\therefore a = 4 \quad (a^2 - 9 \neq 0 \text{ 이므로 } a \neq -3)$$

$$a = 4 \text{ 를 대입하면 } 7x^2 + 8x + 1 = 0$$

$$(7x + 1)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{7} \text{ 또는 } x = -1$$

따라서 다른 한 근은 $-\frac{1}{7}$ 이다.

2. 이차방정식 $x^2 - ax + 2 = 0$ 의 두 근이 $x = -1$ 또는 $x = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ -2

④ -3

⑤ -5

해설

$x^2 - ax + 2 = 0$ 의 두 근이 $-1, b$ 이므로

한 근 $x = -1$ 을 대입하면 $1 + a + 2 = 0 \therefore a = -3$

$a = -3$ 을 주어진 방정식에 대입하면 $x^2 + 3x + 2 = 0$

$(x + 1)(x + 2) = 0, x = -1$ 또는 $x = -2$

따라서 다른 한 근은 $b = -2$ 이므로 $a + b = -5$ 이다.

3. 다음에 주어진 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x^2 - 4 = 0$

㉡ $x^2 = 8x - 16$

㉢ $(3x + 1)^2 = 1$

㉤ $x^2 = 0$

㉥ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉡, ㉥

④ ㉡, ㉥

⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

중근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이다.

㉡ $x^2 = 8x - 16 \leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \leftrightarrow (x - 4)^2 = 0$

$\therefore x = 4$ (중근)

㉤ $x^2 = 0$

$\therefore x = 0$ (중근)

㉥ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3 \leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0$

$(2x + 1)^2 = 0$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$ (중근)

4. 다음 중 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

① $(x-2)^2 = 8x$

② $x^2 - 4x + 3 = 1$

③ $x(x+6) = -9$

④ $x(x-6) + 24 = 2x + 8$

⑤ $4x^2 - 4x + 4 = 0$

해설

③ $x(x+6) = -9$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$(x+3)^2 = 0$$

$$\therefore x = -3(\text{중근})$$

④ $x(x-6) + 24 = 2x + 8$

$$x^2 - 6x + 24 - 2x - 8 = 0$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(x-4)^2 = 0$$

$$\therefore x = 4(\text{중근})$$

5. 지면으로부터 20m 높이에서 초속 40m 로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이가 $(20 + 40x - 5x^2)$ m 이다. 이 물체의 높이가 두 번째로 80m 가 되는 것은 물체를 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.



답 :

초



정답 : 6 초

해설

$$20 + 40x - 5x^2 = 80 \text{ 이므로}$$

$$5x^2 - 40x + 60 = 0$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x - 2)(x - 6) = 0$$

따라서 $x = 2, 6$ 이다.

두 번째로 80m 가 되는 것은 쏘아 올린 지 6 초 후이다.

6. 성훈이가 물로켓을 만들어 위로 똑바로 쏘아 올린 물로켓의 t 초 후의 높이가 $(40t - 8t^2)$ m 라고 할 때, 물로켓이 땅에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.



답:

초



정답: 5초

해설

땅에 떨어지는 것은 높이가 0 일 때이다.

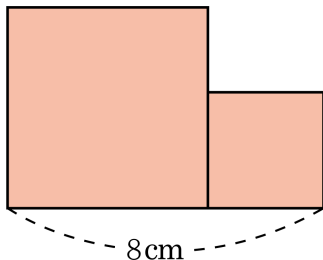
$$\text{식을 세우면 } 40t - 8t^2 = 0$$

$$\text{식을 정리하면 } t^2 - 5t = 0$$

$$t(t - 5) = 0$$

$$t > 0 \text{ 이므로 } t = 5$$

7. 다음 그림과 같이 길이가 8cm 인 선분 위에 한 점을 잡아 정사각형 두 개를 만들었다. 큰 정사각형의 넓이가 작은 정사각형의 넓이의 3 배일 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이는?



- ① $4\sqrt{3}$ cm ② $(8 - 2\sqrt{3})$ cm ③ 5cm
 ④ $(12 - 4\sqrt{3})$ cm ⑤ $(3 + 2\sqrt{2})$ cm

해설

큰 정사각형의 한 변을 x cm, 작은 정사각형의 한 변을 $(8-x)$ cm 라고 하면,

$$x^2 = 3(8-x)^2$$

$$x^2 = 3(64 - 16x + x^2), x^2 - 24x + 96 = 0$$

근의 공식(짝수공식)을 이용하여 풀면

$$x = 12 \pm \sqrt{144 - 96} = 12 \pm 4\sqrt{3}$$

$$x < 8 \text{ 이므로 } x = 12 - 4\sqrt{3}$$

8. 길이가 8cm 인 선분을 두 부분으로 나누어 그 각각의 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그렸더니 두 정사각형의 넓이의 비가 1 : 9가 되었다. 큰 정사각형의 한 변의 길이는?

① 2 cm

② 4 cm

③ 6 cm

④ 8 cm

⑤ 10 cm

해설

두 변의 길이를 x cm, $(8 - x)$ cm라 하면

$$x^2 : (8 - x)^2 = 1 : 9$$

$$9x^2 = (8 - x)^2$$

$$8x^2 + 16x - 64 = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = 2 (\because x > 0)$$

따라서 작은 변의 길이가 2 cm 이므로 큰 변의 길이는 6 cm 이다.

9. 어떤 원의 반지름의 길이를 2cm 만큼 늘였더니 넓이가 처음 원의 3배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하면?

① $1 + \sqrt{2}\text{cm}$

② $1 + \sqrt{3}\text{cm}$

③ $1 + 2\sqrt{2}\text{cm}$

④ $1 + 2\sqrt{3}\text{cm}$

⑤ $2 + \sqrt{3}\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름의 길이를 $x\text{cm}$, 늘인 원의 반지름의 길이를 $(x+2)\text{cm}$ 이라 하면

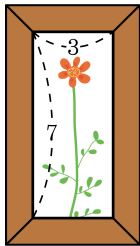
$$3\pi x^2 = \pi(x+2)^2$$

$$3x^2 = x^2 + 4x + 4, x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x = -(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - (-2)} = 1 \pm \sqrt{3}$$

따라서 $x > 0$ 이므로 $(1 + \sqrt{3})\text{cm}$

10. 다음 그림과 같이 가로가 3, 세로가 7 인 직사각형 모양의 사진이 있다. 이 사진의 둘레에 폭이 일정하게 종이를 붙일 때, 종이의 넓이가 24 라고 하면, 종이의 폭은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

종이의 폭을 x 라 하면, 종이와 액자의 넓이의 합은

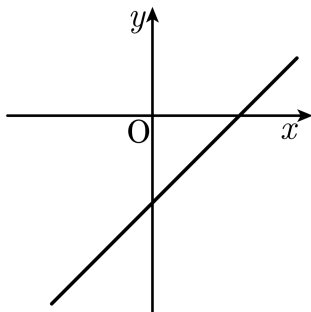
$$(3 + 2x)(7 + 2x) = 21 + 24$$

$$4(x^2 + 5x - 6) = 0$$

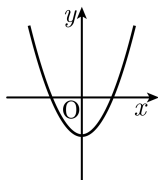
$$(x + 6)(x - 1) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 1$$

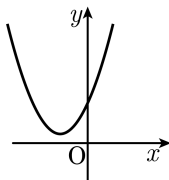
11. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = bx^2 + a$ 의 그래프는?



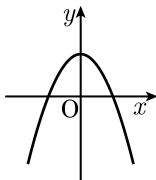
①



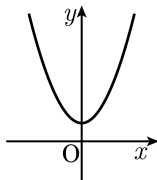
②



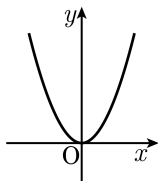
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 그래프에서 $a > 0$, $b < 0$ 이므로 이차함수 $y = bx^2 + a$ 는 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

12. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② x 가 어떤 값을 갖더라도 y 의 값은 양수 또는 0 이다.
- ③ x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값도 증가한다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값은 감소한다.

해설

③ y 축에 대하여 대칭이다.

13. 다음 보기의 이차함수의 그래프를 포물선의 폭이 넓은 순서대로 나열하여라.

보기

㉠ $y = 4x^2$

㉡ $y = -\frac{5}{2}x^2$

㉢ $y = -\frac{4}{3}x^2$

㉣ $y = \frac{1}{4}x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉠

해설

a 의 절댓값이 작을수록 포물선의 폭이 넓다. $\frac{1}{4} < \frac{4}{3} < \frac{5}{2} < 4$
이므로 ㉣, ㉢, ㉡, ㉠ 순으로 폭이 넓다.

14. 다음 포물선을 폭이 좁은 것부터 차례로 기호로 나열한 것은?

(가) $y = -x^2$

(나) $y = -5x^2$

(다) $y = -\frac{1}{2}x^2$

(라) $y = -\frac{5}{4}x^2$

① (가)-(나)-(다)-(라)

② (나)-(라)-(가)-(다)

③ (다)-(나)-(가)-(라)

④ (나)-(가)-(라)-(다)

⑤ (라)-(나)-(다)-(가)

해설

$y = ax$ 에서 a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

15. 다음 중 이차함수 $y = 2(x - 4)^2 + 2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 (4, 2)이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.
- ④ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
- ⑤ $x > 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = 2(x - 4)^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이고 꼭짓점은 (4, 2), 축의 방정식은 $x = 4$ 이다. $1 < 2$ 이므로 $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다. 아래로 볼록한 포물선이고 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 $x > 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

16. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 11$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

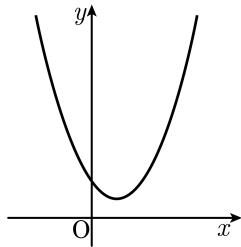
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 8x + 11 \\&= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 11 \\&= 2(x - 2)^2 + 3 \\ \therefore a &= 2, b = 3 \\ \therefore a + b &= 2 + 3 = 5\end{aligned}$$

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 의 부호를 구하면?



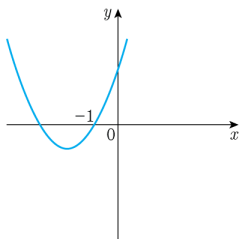
- ① $a > 0, b > 0, c > 0$
- ② $a > 0, b > 0, c < 0$
- ③ $a > 0, b < 0, c > 0$
- ④ $a < 0, b > 0, c > 0$
- ⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a, b 는 다른 부호이므로 $b < 0$
 y 절편은 $c > 0$ 이다.

18. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $a > 0$

㉡ $b < 0$

㉢ $ab + 2c > 0$

㉣ $a + b + c < 0$

㉤ $abc > 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.

㉡ 축이 y 축 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 에서 $b > 0$ 이다.

㉢ $ab > 0$ 이고 $c > 0$ 이므로 $ab + 2c > 0$

㉣ $a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로 $a + b + c > 0$

㉤ $a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로 $abc > 0$

19. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값을 구하면?

① -25

② -10

③ 1

④ 10

⑤ 25

해설

주어진 식에 x 대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0, \quad a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore ab = 10$$

20. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2

② 0

③ ± 1

④ ± 3

⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$$a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{를 하면 } (a - b)\alpha^2 - (a - b) = 0$$

$$(a - b)(\alpha^2 - 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = 3$$

$$\alpha = -1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = -3$$

$$\therefore a + b = \pm 3$$