

1. 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근을 β 라 할 때, $\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근이 β 이므로

$$\beta^2 - \beta + 1 = 0$$

$$\beta - 1 + \frac{1}{\beta} = 0$$

$$\beta + \frac{1}{\beta} = 1$$

$$\therefore \beta^2 + \frac{1}{\beta^2} = \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

2. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 α 일 때, $\frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \frac{3\alpha}{1-\alpha^2}$ 의 값을 구하면?

① 6

② 4

③ 2

④ 0

⑤ -2

해설

이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 에 $x = \alpha$ 를 대입하면,

$$\alpha^2 - \alpha - 1 = 0 \Rightarrow 1 + \alpha = \alpha^2, \quad 1 - \alpha^2 = -\alpha$$

$$\therefore \frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \frac{3\alpha}{1-\alpha^2} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2} - \frac{3\alpha}{-\alpha} = 1 + 3 = 4$$

3. 이차방정식 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x + k = 0$ 의 한 근을 -5 라 할 때, 다른 한 근은?

① 4.5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

한 근 $x = -5$ 를 방정식에 대입하면

$$\frac{1}{10} \times (-5)^2 - 0.4 \times (-5) + k = 0 \quad \therefore k = -\frac{9}{2}$$

따라서 주어진 방정식은 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x - \frac{9}{2} = 0$

양변에 10 을 곱하고 정리하면 $x^2 - 4x - 45 = 0$

$$(x + 5)(x - 9) = 0$$

$x = -5$ 또는 $x = 9$

따라서 구하는 다른 한 근은 9

4. 이차방정식 $x^2 - ax - 5a - 3 = 0$ 의 한 근이 6 일 때, a 와 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 6 이므로 주어진 식에 x 대신 6 을 대입하면

$$6^2 - 6a - 5a - 3 = 0$$

$$33 - 11a = 0$$

$$\therefore a = 3$$

주어진 식에 a 대신 3 을 대입하면

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x - 6)(x + 3) = 0$$

$$x = 6, x = -3(\text{다른 한 근})$$

$$a + (\text{다른 한 근}) = 3 + (-3) = 0$$

5. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근은 $x = -2 \pm \sqrt{5}$

a 는 양수이므로 $a = -2 + \sqrt{5}$

$0 < -2 + \sqrt{5} < 1$

$\therefore n = 0$

6. 이차방정식 $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{2x^2 - 9x + 8}{x-3} \\ &= \frac{(x-3)(2x-3) - 1}{x-3} \\ &= 2x - 3 - \frac{1}{x-3} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-3 = \pm 1$ 이다.

$x = 2$ 또는 $x = 4$ 이므로

(i) $x = 2$ 일 때, $a = 2$

(ii) $x = 4$ 일 때, $a = 4$ 이다.

따라서 정수 a 의 값들의 합은 $2 + 4 = 6$ 이다.

7. 자연수 1부터 n 까지의 합이 $\frac{n(n+1)}{2}$ 일 때, 합이 120이 되려면 1부터 얼마까지 더해야 하는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 120 \text{ 이므로 } n^2 + n - 240 = 0$$

$$(n+16)(n-15) = 0$$

$$n = 15 (\because n > 0)$$

8. n 각형의 대각선의 총수가 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개일 때, 대각선의 총수가 20 개인 다각형을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 팔각형

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 20 \text{ 이므로}$$

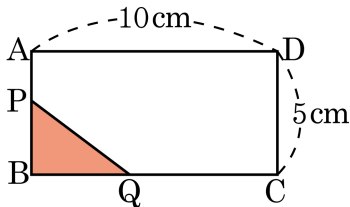
$$n^2 - 3n - 40 = 0$$

$$(n+5)(n-8) = 0$$

$$\therefore n = 8 \text{ (} n \text{ 은 자연수)}$$

따라서 팔각형이다.

9. 직사각형 ABCD에서 점 P는 $\overline{AB}$ 위를 점 A에서 점 B까지 초속 1cm로 움직이고, 점 Q는 $\overline{BC}$ 위를 점 B에서 점 C까지 초속 2cm로 움직인다. 점 P와 Q가 동시에 출발하여 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 6cm^2 가 되는 것은 얼마 후 인가?



① 1초 후 또는 2초 후

② 2초 후 또는 3초 후

③ 3초 후 또는 4초 후

④ 4초 후 또는 5초 후

⑤ 5초 후 또는 6초 후

해설

x 초 후에 $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ 의 길이는 $\overline{AP} = x$, $\overline{BQ} = 2x$ 가 된다.

$$\therefore \triangle PBQ = \frac{1}{2} \times 2x \times (5 - x) = 6$$

$$\Rightarrow x(5 - x) = 6$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

10. 밑변의 길이와 높이가 같은 삼각형이 있다. 이 삼각형의 밑변의 길이를 4 cm 늘이고, 높이를 6 cm 늘였더니, 그 넓이가 처음 삼각형의 넓이의 2배가 되었다. 이 때, 처음 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 72 cm²

해설

$$\frac{1}{2}(x+4)(x+6) = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times x \times x\right)$$

$$x^2 + 10x + 24 = 2x^2$$

$$x^2 - 10x - 24 = 0$$

$$\therefore x = 12 (\because x > 0)$$

$$\text{따라서 처음 삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72 (\text{cm}^2)$$

11. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

$$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{1}{2}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = -2x^2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = 2x^2$$

$$\textcircled{\text{㉣}} y = -\frac{1}{4}x^2$$

- ① ㉡과 ㉢의 그래프는 폭이 같다.
- ② 아래로 볼록한 포물선은 ㉠과 ㉢이다.
- ③ 폭이 가장 넓은 그래프는 ㉣이다.
- ④ ㉡과 ㉢의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이다.
- ⑤ x 축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 ㉡, ㉣이다.

해설

- ① $|a|$ 가 같으므로 그래프의 폭이 같다.
- ② $a > 0$
- ③ $|a|$ 의 값이 작은 그래프
- ④ a 의 부호가 반대
- ⑤ ㉡, ㉣은 $a < 0$ 이므로 x 축 아래에 나타난다.

12. 다음은 이차함수 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① y 축을 축으로 한다.
- ② 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.
- ④ a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.
- ⑤ $y = -ax^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.

꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$ 이다.

$a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.

$|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

$y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다. 따라서 ⑤가 옳지 않다.

13. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 10$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼,
 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동시켰더니 $y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2$ 와
포개어졌다. pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-1-p)^2 + 10 + q \\&= -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2\end{aligned}$$

$$-1-p=4, p=-5$$

$$10+q=-2, q=-12$$

$$\therefore pq=60$$

14. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

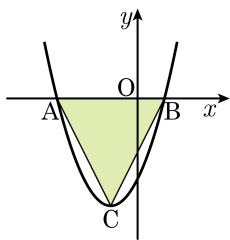
▶ 답 :

▷ 정답 : -28

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x - 5 = -\frac{1}{3}(x+3)^2 - 2$ 이므로 이 함수의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동시킨 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 7$ 이므로 이 함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-4, -7)$ 이므로 $a \times b = (-4) \times (-7) = 28$ 이다.

15. 이차함수 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표를 각각 A, B 라 하고 꼭짓점의 좌표를 C 라 하자. 이 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

i) x 축과의 교점 A, B 의 좌표는 $y = 0$ 일 때 x 의 값이다.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\text{ii) } y = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 1 - 3$$

$$= (x + 1)^2 - 4$$

$$\therefore C(-1, -4)$$

$$\text{iii) } \triangle ABC = 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$$

16. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 이고, $p > 0$, $q < 0$, $a > 0$, $c > 0$ 일 때, 이 이차함수의 그래프가 지나는 사분면을 보기에서 모두 고른 것은?

보기

㉠ 제1 사분면

㉡ 제2 사분면

㉢ 제3 사분면

㉣ 제4 사분면

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉣

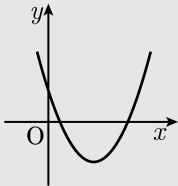
③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

꼭짓점은 제4 사분면에 있고, y 절편이 양수이고, 아래로 볼록한 그래프를 그려 본다.



따라서 제3 사분면을 지나지 않는다.

17. $2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, $3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 의 근을 구하면?

① $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

② $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

③ $\frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{3}$

해설

$2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-8)^2 + 4 \times 2 \times k = 0, \quad k = -8$$

$3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 에 $k = -8$ 을 대입하면

$$3x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 36}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

18. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 k , 두 번째 나온 눈의 수를 m 이라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + m = 0$ 의 해가 1개가 되는 확률은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{12}$

③ $\frac{1}{18}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-1)^2 - 4m = 0$$

$$(k-1)^2 = 4m \text{ 이므로}$$

$$(k, m) = (3, 1), (5, 4)$$

따라서 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.