

1. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 3, x = -1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$a = -2, b = -3$$

$$\therefore a + b = -5$$

2. x 가 $-2, -1, 0, 1, 2$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 해는?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

x 에 $-2, -1, 0, 1, 2$ 를 대입하면 $x = 1$ 일 때에만 성립한다.
따라서 해는 $x = 1$ 이다.

3. 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근을 β 라 할 때, $\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근이 β 이므로

$$\beta^2 - \beta + 1 = 0$$

$$\beta - 1 + \frac{1}{\beta} = 0$$

$$\beta + \frac{1}{\beta} = 1$$

$$\therefore \beta^2 + \frac{1}{\beta^2} = \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

4. 이차방정식 $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 을 만족하는 근을 α 라 할 때, $\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ -6 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 의 근이 α 이므로

$\alpha^2 - \sqrt{5}\alpha + 1 = 0$ 의 양변에 $\frac{1}{\alpha}$ 을 곱하면

$$\alpha - \sqrt{5} + \frac{1}{\alpha} = 0$$

$$\therefore \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 5$$

5. 이차방정식 $\frac{1}{10}x^2 - 0.4x + k = 0$ 의 한 근을 -5 라 할 때, 다른 한 근은?

① 4.5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

한 근 $x = -5$ 를 방정식에 대입하면

$$\frac{1}{10} \times (-5)^2 - 0.4 \times (-5) + k = 0 \quad \therefore k = -\frac{9}{2}$$

$$\text{따라서 주어진 방정식은 } \frac{1}{10}x^2 - 0.4x - \frac{9}{2} = 0$$

$$\text{양변에 10 을 곱하고 정리하면 } x^2 - 4x - 45 = 0$$

$$(x + 5)(x - 9) = 0$$

$$x = -5 \text{ 또는 } x = 9$$

따라서 구하는 다른 한 근은 9

6. 이차방정식 $x^2 + x + a = 0$ 의 한 근이 2 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$x^2 + x + a = 0$, $x = 2$ 를 대입하면

$6 + a = 0$, $a = -6$

$x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$

$x = 2$ 또는 $x = -3$

$\therefore (-6) \times (-3) = 18$

7. 이차방정식 $16x^2 - 24x + a = 0$ 이 증근을 가질 때, 이차방정식 $x^2 - ax + 20 = 0$ 을 풀어라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$$16x^2 - 24x + a = 0$$

$$\left(\frac{-24}{16 \times 2}\right)^2 = \frac{a}{16}$$

$$\frac{a}{16} = \frac{9}{16}$$

$$\therefore a = 9$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0$$

$$(x - 4)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 5$$

8. 이차방정식 $25x^2 + ax + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $2x^2 + 3x - a = 0$ 을 풀어라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{5}{2}$ 또는 2.5

▷ 정답 : $x = -4$

해설

$$25x^2 + ax + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a}{25 \times 2}\right)^2 = \frac{4}{25}, \frac{a}{50} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore a = 20$$

$$2x^2 + 3x - 20 = 0$$

$$(2x - 5)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = -4$$

9. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \text{ 의 두 근은 } x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$a \text{ 는 양수이므로 } a = -2 + \sqrt{5}$$

$$0 < -2 + \sqrt{5} < 1$$

$$\therefore n = 0$$

10. 이차방정식 $0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 근을 k 라고 할 때, k 보다 크지 않은 최대의 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{89}}{4}$$

따라서 $k = \frac{3 + \sqrt{89}}{4}$ 이므로 최대 정수는 3 이다.

11. 자연수 1부터 n 까지의 합이 $\frac{n(n+1)}{2}$ 일 때, 합이 120이 되려면 1부터 얼마까지 더해야 하는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 120 \text{ 이므로 } n^2 + n - 240 = 0$$

$$(n+16)(n-15) = 0$$

$$n = 15 (\because n > 0)$$

12. $a\%$ 소금물 300g 에서 $(a+3)$ g 을 퍼낸 다음 같은 양의 소금을 넣었더니 소금물의 농도가 16.4% 였다. 퍼낸 소금물의 양을 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 15 g

해설

처음 소금의 양 : $\frac{a}{100} \times 300 = 3a$ (g)

퍼낸 소금물 $(a+3)$ g 의 소금의 양 :

$$(a+3) \times \frac{a}{100} = \frac{a^2+3a}{100} \text{ (g)}$$

농도 16.4% 의 소금의 양 :

$$\frac{16.4}{100} \times 300 = 49.2 \text{ (g)}$$

$$3a - \frac{a^2+3a}{100} + a + 3 = 49.2$$

$$\frac{a^2+3a}{100} - 4a + 46.2 = 0$$

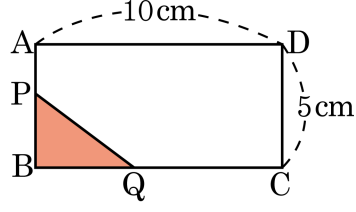
$$a^2 - 397a + 4620 = 0$$

$$(a-385)(a-12) = 0$$

$a \leq 100$ 이므로 $a = 12$ (g)

퍼낸 소금물의 양 : $12 + 3 = 15$ (g)

13. 직사각형 ABCD에서 점 P는 $\overline{AB}$ 위를 점 A에서 점 B까지 초속 1cm로 움직이고, 점 Q는 $\overline{BC}$ 위를 점 B에서 점 C까지 초속 2cm로 움직인다. 점 P와 Q가 동시에 출발하여 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 6cm^2 가 되는 것은 얼마 후 인가?



- ① 1초 후 또는 2초 후 ② 2초 후 또는 3초 후
 ③ 3초 후 또는 4초 후 ④ 4초 후 또는 5초 후
 ⑤ 5초 후 또는 6초 후

해설

x 초 후에 $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ 의 길이는 $\overline{AP} = x$, $\overline{BQ} = 2x$ 가 된다.

$$\therefore \triangle PBQ = \frac{1}{2} \times 2x \times (5 - x) = 6$$

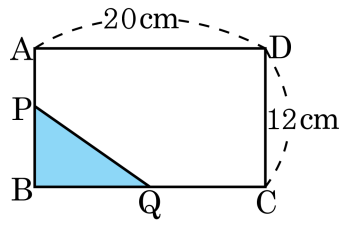
$$\Rightarrow x(5 - x) = 6$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

14. 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 에서 점 P 는 A 를 출발하여 B 까지 초속 1cm, Q 는 B 출발하여 C 까지 초속 2cm 로 움직인다. 점 P 와 Q 가 동시에 출발할 때, 몇 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 35cm^2 가 되는지 모두 구하여라.

▶ 답: 초▶ 답: 초

▶ 정답 : 5초

▶ 정답: 7초

해설

t 초 후의 $\overline{PB} = 12 - t, \overline{BQ} = 2t$

t 초 후 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 35cm^2 라고

하면

$$35 = \frac{1}{2} \times 2t \times (12 - t)$$

$$t^2 - 12t + 35 = 0$$

$$(t - 7)(t - 5) = 0$$

$t = 5$ 또는 7

15. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 10$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼,
 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동시켰더니 $y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2$ 와
포개어졌다. pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-1-p)^2 + 10 + q \\&= -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2 \\-1-p &= 4, p = -5 \\10+q &= -2, q = -12 \\\therefore pq &= 60\end{aligned}$$

16. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 $y = x^2 - 2x + 5$ 가 되었다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = x^2 + 2x + 3$$

$$= (x + 1)^2 + 2$$

$$y = x^2 - 2x + 5$$

$$= (x - 1)^2 + 4$$

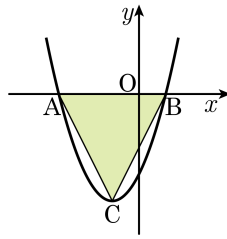
꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$ 에서

$(1, 4)$ 로 평행이동하였으므로

$$p = 2, q = 2$$

$$\therefore p + q = 4$$

17. 이차함수 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표를 각각 A, B 라 하고 꼭짓점의 좌표를 C 라 하자. 이 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

i) x 축과의 교점 A, B 의 좌표는 $y = 0$ 일 때 x 의 값이다.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\text{ii) } y = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 1 - 3$$

$$= (x + 1)^2 - 4$$

$$\therefore C(-1, -4)$$

$$\text{iii) } \triangle ABC = 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$$

18. 다음 함수의 그래프 중에서 제 1 사분면을 지나지 않는 것은?

① $y = 3x^2$

② $y = -2x^2 + 3$

③ $y = (x - 2)^2$

④ $y = (x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = -(x + 1)^2 - 3$

해설

⑤ $y = -(x + 1)^2 - 3 = -x^2 - 2x - 4$ 는 위로 볼록한 모양의 포물선이다. 꼭짓점의 좌표 $(-1, -3)$ 는 제 3 사분면 위에 있고, y 절편이 $(0, -4)$ 이므로 제 1, 2 사분면을 지나지 않는다.

19. $2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, $3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 의 근을 구하면?

① $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

② $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

③ $\frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{3}$

해설

$2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-8)^2 + 4 \times 2 \times k = 0, k = -8$$

$3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 에 $k = -8$ 을 대입하면

$$3x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 36}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

20. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$ 이다.

$$\therefore k = 60$$

21. 다음 이차방정식 $x^2 - 8x + k = 0$ 에 대한 설명이다. 다음 보기 중 옳은 것을 찾아 기호로 써라.

보기

- ㉠ $k = 15$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.
- ㉡ $k = 16$ 이면 중근 $x = -4$ 를 갖는다.
- ㉢ $k > 16$ 이면 근을 갖는다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

- ㉠ $k = 15$ 일 때, $\frac{D}{2} = 16 - 15 > 0 \therefore$ 근은 2 개
- ㉡ $k = 16$ 일 때,
 $x^2 - 8x + 16 = 0, (x - 4)^2 = 0$
 $\therefore x = 4$
- ㉢ $\frac{D}{4} = 16 - k$ 에서 $k > 16$ 이면 $16 - k < 0$ 에서 근은 없다.

22. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 5x - 3k + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최솟값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$D = 25 - 4(-3k + 1) > 0,$$

$$25 + 12k - 4 > 0, 12k > -21$$

$$\therefore k > -\frac{7}{4}$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 -1 이다.