

1. 이차방정식 $x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근을 β 라 할 때, $\beta^2 + \frac{1}{\beta^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 의 한 근이 β 이므로

$$\beta^2 - \beta + 1 = 0$$

$$\beta - 1 + \frac{1}{\beta} = 0$$

$$\beta + \frac{1}{\beta} = 1$$

$$\therefore \beta^2 + \frac{1}{\beta^2} = \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

2. 이차방정식 $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 을 만족하는 근을 α 라 할 때, $\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2$ 의 값은?

① 5

② 6

③ -6

④ -4

⑤ -5

해설

$x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ 의 근이 α 이므로

$\alpha^2 - \sqrt{5}\alpha + 1 = 0$ 의 양변에 $\frac{1}{\alpha}$ 을 곱하면

$$\alpha - \sqrt{5} + \frac{1}{\alpha} = 0$$

$$\therefore \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 5$$

3. 자연수 1부터 n 까지의 합이 $\frac{n(n+1)}{2}$ 일 때, 합이 120이 되려면 1부터 얼마까지 더해야 하는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 120 \text{ 이므로 } n^2 + n - 240 = 0$$

$$(n+16)(n-15) = 0$$

$$n = 15 (\because n > 0)$$

4. n 개의 수 중 2개의 수를 골라 만들 수 있는 두 자리의 자연수는 20개일 때, n 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

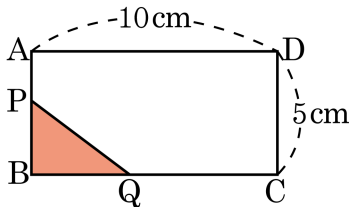
$$n(n-1) = 20$$

$$n^2 - n - 20 = 0$$

$$(n-5)(n+4) = 0$$

$n > 0$ 이므로 $n = 5$ 이다.

5. 직사각형 ABCD에서 점 P는 $\overline{AB}$ 위를 점 A에서 점 B까지 초속 1cm로 움직이고, 점 Q는 $\overline{BC}$ 위를 점 B에서 점 C까지 초속 2cm로 움직인다. 점 P와 Q가 동시에 출발하여 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 6cm^2 가 되는 것은 얼마 후 인가?



① 1초 후 또는 2초 후

② 2초 후 또는 3초 후

③ 3초 후 또는 4초 후

④ 4초 후 또는 5초 후

⑤ 5초 후 또는 6초 후

해설

x 초 후에 $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ 의 길이는 $\overline{AP} = x$, $\overline{BQ} = 2x$ 가 된다.

$$\therefore \triangle PBQ = \frac{1}{2} \times 2x \times (5 - x) = 6$$

$$\Rightarrow x(5 - x) = 6$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

6. 한 변의 길이가 x 인 정사각형에서 한 변의 길이는 20% 늘이고 다른 한 변의 길이는 20% 줄일 때, 새로 만들어지는 직사각형의 넓이의 변화는?

① 1% 줄어든다

② 1% 늘어난다

③ 4% 줄어든다

④ 4% 늘어난다

⑤ 변화가 없다

해설

처음 정사각형의 넓이는 x^2

새로운 직사각형의 넓이는

$$(x + 0.2x)(x - 0.2x) = 1.2x \times 0.8x = 0.96x^2$$

따라서 새로 만들어지는 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이보다 4% 줄어든다.

7. $2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, $3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 의 근을 구하면?

① $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

② $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

③ $\frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{3}$

해설

$2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-8)^2 + 4 \times 2 \times k = 0, \quad k = -8$$

$3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 에 $k = -8$ 을 대입하면

$$3x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 36}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

8. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수)

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$$

$$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$$

따라서 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

9. 다음 이차방정식 $x^2 - 8x + k = 0$ 에 대한 설명이다. 다음 보기 중 옳은 것을 찾아 기호로 써라.

보기

- ㉠ $k = 15$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.
- ㉡ $k = 16$ 이면 중근 $x = -4$ 를 갖는다.
- ㉢ $k > 16$ 이면 근을 갖는다.

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ $k = 15$ 일 때, $\frac{D}{2} = 16 - 15 > 0 \therefore$ 근은 2 개

㉡ $k = 16$ 일 때,
 $x^2 - 8x + 16 = 0, (x - 4)^2 = 0$
 $\therefore x = 4$

㉢ $\frac{D}{4} = 16 - k$ 에서 $k > 16$ 이면 $16 - k < 0$ 에서 근은 없다.

10. 이차방정식 $3x^2 + 5x + k = 0$ 이 근을 갖지 않기 위한 k 값의 범위를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : $k > \frac{25}{12}$

해설

$$D = 5^2 - 4 \times 3 \times k < 0, k > \frac{25}{12}$$