

1. $x^2 + ax + 4 = 0$ 의 두 근이 1, b 일 때, a , b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -5$

▷ 정답 : $b = 4$

해설

$1^2 + a + 4 = 0$ 이므로 $a = -5$

즉, $x^2 - 5x + 4 = 0$ 이므로 $(x - 1)(x - 4) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 4$

따라서 $b = 4$ 이다.

2. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 3$ 또는 $x = -5$ 일 때, A 의 값은?

① -15 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(x+5) &= 0 \\ x^2 + 2x - 15 &= 0 \\ \therefore A &= -15\end{aligned}$$

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$, $x = -4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -8$$

$$\therefore a + b = -6$$

4. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 한 근이 -5 일 때, a 의 값을 구하면?

① -15

② -8

③ 1

④ 8

⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 에 $x = -5$ 를 대입하면 $25 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = 15$

5. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 의 한 근이 2일 때, a 의 값을 구하면?

① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,

$$2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$$

$$8 - 22 + a = 0$$

$$\therefore a = 14$$

6. 두 이차방정식 $x^2 + 3x + a = 0$ 과 $x^2 - 2x + b = 0$ 이 모두 1을 근으로 가질 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = -4, b = 1$

② $a = -4, b = -1$

③ $a = -3, b = 1$

④ $a = 4, b = -1$

⑤ $a = -3, b = -1$

해설

$x = 1$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$1 + 3 + a = 0 \therefore a = -4$$

$$1 - 2 + b = 0 \therefore b = 1$$

7. 두 이차방정식 $x^2 + 3\sqrt{3}x - a = 0$ 과 $x^2 - 2\sqrt{3}x + b = 0$ 이 모두 $\sqrt{3}$ 을 근으로 가질 때, 상수 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$x = \sqrt{3}$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$3 + 9 - a = 0 \quad \therefore a = 12$$

$$3 - 6 + b = 0 \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore ab = 36$$

8. 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 $2x^2 - ax + 5a + 4 = 0$ 의 근일 때, a^2 의 값은?

① 9

② 13

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = 2$$

$$x = 2 \text{ 가 } 2x^2 - ax + 5a + 4 = 0 \text{ 의 근이므로 대입하면}$$

$$2(2^2) - 2a + 5a + 4 = 0$$

$$3a = -12$$

$$a = -4$$

$$\therefore a^2 = (-4)^2 = 16$$

9. 이차방정식 $x^2 - 3x - 10 = 0$ 의 두 근 중 양수인 근이 이차방정식 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 근일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \text{ 에서 } (x + 2)(x - 5) = 0$$

$$(x + 2) = 0 \text{ 또는 } (x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 5$$

따라서 $x^2 - ax + 40 = 0$ 의 한 근이 5 이므로

$$5^2 - 5a + 40 = 0$$

$$\therefore a = 13$$

10. 이차방정식 $x^2 + 4x + 4 = 0$ 의 근이 이차방정식 $3x^2 + ax - 4 = 0$ 의 한 근일 때, a 의 값과 다른 한 근을 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $x = \frac{2}{3}$

해설

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \text{ 에서 } (x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2$$

$$x = -2 \text{ 을 } 12 - 2a - 4 = 0 \text{ 에 대입하면 } a = 4$$

$$\text{즉, } 3x^2 + 4x - 4 = 0 \text{ 에서 } (x + 2)(3x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

따라서 다른 한 근은 $x = \frac{2}{3}$ 이다.

11. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{5}$ 일 때 a 의 값을 구하면?

① -6

② -4

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

$x^2 - 2x + a = 0$ 에 $1 - \sqrt{5}$ 를 대입하면

$$(1 - \sqrt{5})^2 - 2(1 - \sqrt{5}) + a = 0$$

$$1 - 2\sqrt{5} + 5 - 2 + 2\sqrt{5} + a = 0$$

$$\therefore a = -4$$

12. 이차방정식 $x^2 - 3x + k = 0$ 의 근이 $x = 3 - \sqrt{2}$ 일 때, k 의 값은?

① $\sqrt{2} - 2$

② $2\sqrt{2} - 2$

③ $3\sqrt{2} - 2$

④ $4\sqrt{2} - 2$

⑤ $5\sqrt{2} - 2$

해설

$x^2 - 3x + k = 0$ 의 한 근이 $x = 3 - \sqrt{2}$ 이므로,

$x = 3 - \sqrt{2}$ 를 $x^2 - 3x + k = 0$ 에 대입하면

$$(3 - \sqrt{2})^2 - 3(3 - \sqrt{2}) + k = 0$$

$$9 - 6\sqrt{2} + 2 - 9 + 3\sqrt{2} + k = 0$$

$$-3\sqrt{2} + 2 + k = 0$$

$$\therefore k = -2 + 3\sqrt{2}$$

13. 이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 의 한 근이 $x = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,
 $2^2 - (a + 2) \times 2 + 3a + 2 = 0$
 $4 - 2a - 4 + 3a + 2 = 0$
 $\therefore a = -2$

14. 이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,

$$4a + 2a + 6 + 3a = 0, 9a + 6 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

15. 이차방정식 $x^2 + ax - 2 = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 이고, $x^2 + 3x + b = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 일 때, ab 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 + ax - 2 = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,

$4 - 2a - 2 = 0 \quad \therefore a = 1$

$x^2 + 3x + b = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면,

$1 - 3 + b = 0 \quad \therefore b = 2$

$\therefore ab = 2$

16. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 한 근이 $x = 3$ 이고, $x^2 + 5x + b = 0$ 의 한 근이 $x = -3$ 일 때, 상수 $3a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면,

$$3^2 + 3a - 10 = 0, \quad 3a - 1 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

이차방정식 $x^2 + 5x + b = 0$ 에 $x = -3$ 을 대입하면,

$$(-3)^2 + 5 \times (-3) + b = 0$$

$$9 - 15 + b = 0$$

$$\therefore b = 6$$

$$\therefore 3a + b = 3 \times \frac{1}{3} + 6 = 1 + 6 = 7$$

17. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 2일 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② -2

③ 2

④ 10

⑤ -10

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $2 + a + b = 0$

$x = 2$ 를 대입하면 $8 + 2a + b = 0$

두 방정식을 연립하여 풀면 $a = -6, b = 4$

$\therefore a - b = -10$

18. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 5

② 6

③ -6

④ -4

⑤ -5

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에

$x = 2$ 를 대입하면 $4 + 2a + b = 0 \cdots \textcircled{㉠}$

$x = -3$ 을 대입하면 $9 - 3a + b = 0 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 를 연립하여 풀면 $a = 1, b = -6$

$\therefore a + b = -5$

19. 이차방정식 $x^2 + ax - 20 = 0$ 의 한 근이 5 이고, 다른 한 근은 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 근일 때, a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 1, b = 44$

② $a = 1, b = -44$

③ $a = -1, b = -44$

④ $a = -44, b = 1$

⑤ $a = -44, b = -1$

해설

$x = 5$ 를 $x^2 + ax - 20 = 0$ 에 대입하면

$$25 + 5a - 20 = 0 \therefore a = -1$$

$$x^2 - x - 20 = 0, (x - 5)(x + 4) = 0$$

따라서 다른 한 근은 $x = -4$ 이다.

$x = -4$ 를 $2x^2 - 3x + b = 0$ 에 대입하면

$$32 + 12 + b = 0$$

$$\therefore b = -44$$

20. 이차방정식 $2x^2 - ax - 3 = 0$ 의 한 근이 $\frac{3}{2}$ 이고 다른 한 근이 $2x^2 - 5x - b = 0$ 의 한 근일때 b 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$2x^2 - ax - 3 = 0$ 에 $x = \frac{3}{2}$ 을 대입하면

$$\frac{9}{2} - \frac{3}{2}a - 3 = 0, a = 1$$

$$2x^2 - x - 3 = 0, (x + 1)(2x - 3) = 0, x = -1, \frac{3}{2}$$

따라서 다른 한 근은 -1 이므로

$2x^2 - 5x - b = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$2 + 5 - b = 0 \quad \therefore b = 7$$

21. 이차방정식 $x^2 - ax - 12 = 0$ 의 한 근이 -3 이고 다른 한 근은 $3x^2 - 11x + b = 0$ 의 근 일 때, ab 의 값은?

① -92 ② -12 ③ -4 ④ 4 ⑤ 92

해설

$$x^2 - ax - 12 = 0 \text{ 에 } x = -3 \text{ 을 대입하면 } 9 + 3a - 12 = 0, a = 1$$

$$x^2 - x - 12 = 0, (x - 4)(x + 3) = 0$$

$$\text{다른 한 근은 } x = 4$$

$$3x^2 - 11x + b = 0 \text{ 에 } x = 4 \text{ 를 대입하면 } 48 - 44 + b = 0, b = -4$$

$$\therefore ab = 1 \times (-4) = -4$$

22. 이차방정식 $ax^2 - (a-3)x + 2 - a^2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$a + (a - 3) + 2 - a^2 = 0$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$(a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

23. 이차방정식 $x^2 + ax + 8 = 0$ 의 한 근이 2이고 다른 한 근이 이차방정식 $3x^2 - 10x + b = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2 + ax + 8 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $a = -6$ 이다.

$x^2 - 6x + 8 = 0$, $(x - 4)(x - 2) = 0$ 이므로

다른 한 근은 $x = 4$ 이다.

$3x^2 - 10x + b = 0$ 에 $x = 4$ 를 대입하면 $b = -8$

$\therefore a - b = -6 - (-8) = 2$

24. 이차방정식 $x^2 + ax + 6 = 0$ 의 한 근이 3이고 다른 한 근이 이차방정식 $5x^2 - x + b = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 + ax + 6 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면 $a = -5$ 이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$, $(x - 2)(x - 3) = 0$ 이므로

다른 한 근은 $x = 2$ 이다.

$5x^2 - x + b = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $b = -18$

$\therefore a - b = -5 - (-18) = 13$

25. 이차방정식 $x^2 + (a - 1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입하면

$$12^2 + (a - 1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0$$

$$\therefore a = -12$$

26. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 에
 $x = 1$ 을 대입하면 $a = 4$, $b = 3$
 $\therefore a - b = 4 - 3 = 1$

27. 두 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$, $x^2 + bx - 6 = 0$ 의 공통근이 $x = -2$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + a &= 4 + 4 + a = 0 & \therefore a &= -8 \\ x^2 + bx - 6 &= 4 - 2b - 6 = 0 & \therefore b &= -1 \\ \therefore ab &= (-8) \times (-1) = 8 \end{aligned}$$

28. 이차방정식 $5x^2 + ax - a - 1 = 0$ 의 두 근이 $x = -3, x = b$ 일 때, $\frac{b}{a}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{55}$

해설

$x = -3$ 을 주어진 식에 대입하면
 $5 \times (-3)^2 - 3a - a - 1 = 0, a = 11$
 $5x^2 + 11x - 11 - 1 = 0$
 $5x^2 + 11x - 12 = 0$
 $(5x - 4)(x + 3) = 0$
 $x = \frac{4}{5}, x = -3$
 $\therefore b = \frac{4}{5}$
 $\frac{b}{a} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{11} = \frac{4}{55}$

29. a 는 이차방정식 $3x^2 - 6x - 7 = 0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2 + 7x - 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a^2 + 3b^2 - 2a + 21b$ 의 값은?

- ① $\frac{196}{3}$ ② $\frac{197}{3}$ ③ 66 ④ $\frac{199}{3}$ ⑤ $\frac{200}{3}$

해설

x 대신에 a 를 대입하면 $3a^2 - 6a - 7 = 0$, $a^2 - 2a = \frac{7}{3}$

x 대신에 b 를 대입하면 $b^2 + 7b - 21 = 0$, $3b^2 + 21b = 63$

$$\therefore a^2 + 3b^2 - 2a + 21b = \frac{7}{3} + 63 = \frac{196}{3}$$

30. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + px - ap - 2q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x = 2$ 가 근이므로 $4a + 2p - ap - 2q = 0$ 이고 a 의 값에 관계없이 성립하므로

$(4 - p)a + 2(p - q) = 0$ 에 의하여 $p = 4$, $q = 4$ 이다.

$\therefore p + q = 8$

31. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - px - ap - 3q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 3$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 3$ 이 근이므로 $9a - 3p - ap - 3q = 0$ 이고
 a 의 값에 관계없이 성립하므로
 $(9 - p)a - 3(p + q) = 0$ 에 의하여
 $p = 9, q = -9$ 이다.
 $\therefore p + q = 0$

32. 부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 만족하는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 근일 때, $\frac{a+b}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{30}$

해설

부등식 $4 \leq 3x - 2 < 8$ 을 풀면 다음과 같다.

$$6 \leq 3x < 10$$

$$2 \leq x < \frac{10}{3}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = 5, b = 6$$

$$\therefore \frac{a+b}{ab} = \frac{11}{30}$$