

1. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, a 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 6

해설

$$x = a \text{ 를 대입하면 } a^2 - a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$2a - 3 = 0, a = \frac{3}{2}$$

2. 이차방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 의 근 중 음수가 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 한 근 일 때, a 의 값은?

- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - 6)(x + 2) = 0$ 이다.

$x = 6, -2$

음수의 근 -2 가 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 근이므로

$$(-2)^2 - 4a + a + 2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

3. 다음 보기 중 m 의 값이 다른 하나는?

보기

㉠ $m^2 - 2m + 1 = 0$

㉡ $-m^2 + 2m - 1 = 0$

㉢ $-4m + 2m^2 + 2 = 0$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0$

㉤ $4 + 4m^2 - 8m = 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ ㉤

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤ $(m - 1)^2 = 0$

$\therefore m = 1$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0, m = 1 \pm \sqrt{2}$

4. 이차방정식 $3(x-3)^2 = p$ 가 증근을 가진다고 할 때, 상수 p 의 값과 증근은?

- ① $p = 0, x = 3$ ② $p = 3, x = 3$ ③ $p = 0, x = -3$
④ $p = 3, x = 0$ ⑤ $p = -3, x = 3$

해설

증근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식) = 0 이므로

$$3(x-3)^2 = p, (x-3)^2 = \frac{p}{3} \text{ 이므로 } p = 0 \text{ 이다.}$$

또한 증근은 $x = 3$ 이다.

5. 이차방정식 $(x-3)^2 - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① 6

② $2\sqrt{2}$

③ $6 + 2\sqrt{2}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ -6

해설

$$\begin{aligned}(x-3)^2 &= 2 \text{ 이므로} \\ x-3 &= \pm\sqrt{2} \\ \therefore x &= 3 \pm \sqrt{2} \\ \alpha + \beta &= (3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) = 6\end{aligned}$$

6. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = 2 \pm \sqrt{6}$ ② $x = -2 \pm \sqrt{2}$ ③ $x = -2 \pm \sqrt{6}$
④ $x = 2 \pm \sqrt{2}$ ⑤ $x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

근의 짝수공식에 대입하면,

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-2)}}{1} = -2 \pm \sqrt{6} \text{이다.}$$

7. 반지름이 r 인 원이 있다. 이 원의 반지름을 2만큼 줄였더니 넓이가 9π 가 되었다. 처음 원의 넓이는?

① 15π ② 20π ③ 25π ④ 30π ⑤ 35π

해설

$$\begin{aligned}\pi(r-2)^2 &= 9\pi \\ r^2 - 4r - 5 &= 0 \\ (r+1)(r-5) &= 0 \\ r &= 5 \quad (\because r > 0) \\ (\text{처음 원의 넓이}) &= \pi r^2 = 25\pi\end{aligned}$$

8. 이차함수 $y = x^2 + 3x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $a = -1$

해설

$y = x^2 + 3x - 2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{4}$ 을 x 축의 방향으로 2만큼

평행이동시키면

$$\begin{aligned} y &= \left(x + \frac{3}{2} - 2\right)^2 - \frac{17}{4} \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} \\ &= x^2 - x - 4 \end{aligned}$$

$(a, -2)$ 를 대입하면

$$a^2 - a - 4 = -2$$

$$a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -1$$

9. 이차방정식 $6(x-1)^2 + 7x = (2x-3)(4x+1)$ 의 해가 $x = \alpha$ 또는 $x = \beta$ 일 때, $4(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

주어진 방정식을 정리하면 $2x^2 - 5x - 9 = 0$

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 72}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{97}}{4}$$

$\alpha > \beta$ 이므로

$$\alpha = \frac{5 + \sqrt{97}}{4}, \beta = \frac{5 - \sqrt{97}}{4}$$

$$\therefore 4(\alpha + \beta) = 10$$

10. $(a-b)^2 - 5(a-b) - 6 = 0$, $ab = 12$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a < b$)

- ① 16 ② 25 ③ 36 ④ 49 ⑤ 60

해설

$$\begin{aligned} a-b &= X \text{로 치환하면 } X^2 - 5X - 6 = 0 \\ (X-6)(X+1) &= 0, X=6 \text{ 또는 } X=-1 \\ a < b \text{ 이므로 } a-b &= -1 \\ \therefore a^2 + b^2 &= (a-b)^2 + 2ab \\ &= (-1)^2 + 2 \times 12 = 25 \end{aligned}$$

11. 다음 이차방정식이 증근을 가질 때, 상수 m 의 값은? (단, $m > 0$)

$$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0 \text{ 에서 } x^2 - 2mx + m + 2 = 0$$

$$D = (2m)^2 - 4(m + 2) = 0$$

$$4m^2 - 4m - 8 = 0$$

$$m = 2 \text{ 또는 } m = -1$$

따라서 $m = 2$ 이다. ($\because m > 0$)

12. 이차방정식 $x^2 + 2x + c = 0$ 이 서로 다른 실근을 가질 때, 다음 중 c 의 값으로 적당한 것은?

- ㉠ -2 ㉡ 1 ㉢ $\frac{3}{2}$ ㉣ 5 ㉤ $\frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

이차방정식이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 조건은

$D > 0$ 이다. (단, x 의 계수가 짝수일 경우 $\frac{D}{4} > 0$)

즉, $(-1)^2 - c > 0$

$\therefore c < 1$

13. 실수로 책의 종이 1장이 찢어졌다. 기억나는 것은 두 쪽수의 곱이 240이라는 것일 때, 두 쪽수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

두 쪽수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 240$$

$$x^2 + x - 240 = 0$$

$$(x - 15)(x + 16) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 15$ (쪽)

따라서 두 쪽수는 15, 16이므로 두 쪽수의 합은 31이다.

14. 지상에서 10m 의 높이에 있는 건물의 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던진 공의 x 초 후의 높이가 $h = (10 - 2x^2 + 20x)$ m 라고 할 때, 공이 다시 건물의 옥상으로 떨어질 때까지 걸리는 시간을 구하여라. (단, 단위는 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

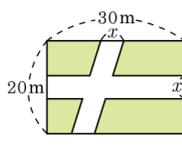
해설

$h = 10 - 2x^2 + 20x$ 에서 공이 옥상에 떨어지는 것은 높이 h 가 10m 가 될 때이다.

$10 = 10 - 2x^2 + 20x$, $x^2 - 10x = 0$, $x(x - 10) = 0$

$x > 0$ 이므로 $x = 10$

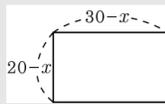
15. 다음 그림과 같이 가로 30 m, 세로 20 m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 400m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭을 x 라 하면 x 를 구하는 식으로 옳은 것은?



- ① $x^2 - 10x + 600 = 0$ ② $x^2 - 20x + 400 = 0$
 ③ $x^2 - 30x - 200 = 0$ ④ $x^2 + 40x + 200 = 0$
 ⑤ $x^2 - 50x + 200 = 0$

해설

다음 그림처럼 길을 한쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.
 식을 세우면 $(30 - x)(20 - x) = 400$
 $\therefore x^2 - 50x + 200 = 0$



16. 이차함수 $y = 4(x+7)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축, y 축 의 방향으로 각각 3, -5 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(0, a)$ 을 지날 때, a 의 값은?

- ① 22 ② 38 ③ 54 ④ 60 ⑤ 76

해설

$y = 4(x+7)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축, y 축 의 방향으로 각각 3, -5 만큼 평행이동하면 $y = 4(x+7-3)^2 - 5 - 5$, $y = 4(x+4)^2 - 10$ 이고, 점 $(0, a)$ 을 지나므로 대입하면 $a = 4(0+4)^2 - 10$, $a = 54$ 이다.

17. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 5$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표가 p, q 이고, y 축과 만나는 점의 y 좌표가 r 일 때, $p + q + r$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

x 축과의 교점 ($y = 0$ 을 대입) 의 x 좌표를 구하면,

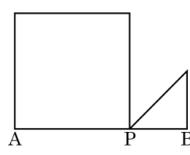
$$x^2 - 4x - 5 = 0, (x + 1)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -1, 5$$

y 절편이 -5 이므로 $r = -5$

$$\therefore p + q + r = (-1) + 5 - 5 = -1$$

19. 길이가 6 cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 18 cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답: cm

▷ 정답: 4 cm

해설

선분 AP 의 길이를 $x \text{ cm}$ 라고 하면

(정사각형의 넓이) $= x^2$

(직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(6-x)^2$

$$x^2 + \frac{1}{2}(6-x)^2 = 18$$

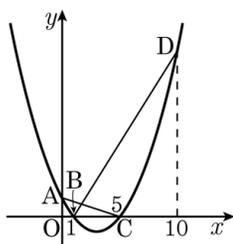
$$\frac{3}{2}x^2 - 6x + 18 - 18 = 0$$

$$3x^2 - 12x = 0$$

$$3x(x-4) = 0$$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 4(\text{cm})$

20. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD의 넓이를 구하면?



- ① 106 ② 107 ③ 108 ④ 109 ⑤ 110

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times c = 12 \text{ 이다.}$$

$$c = 6, \text{ 즉 } A(0, 6) \text{ 이다.}$$

$$y = ax^2 + bx + 6 = a(x - 1)(x - 5) = ax^2 - 6ax + 5a \text{ 이다.}$$

$$5a = 6, a = \frac{6}{5}, b = -\frac{36}{5} \text{ 이다.}$$

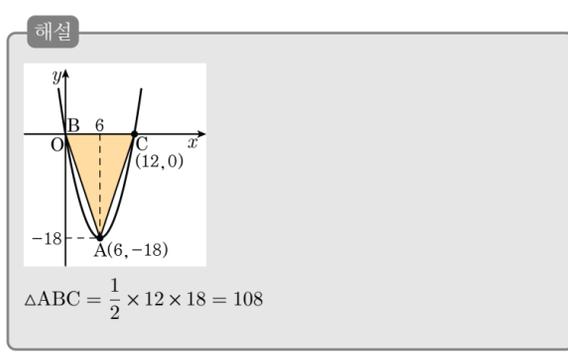
$$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6 \text{ 이므로 } D(10, 54) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 54 = 108$$

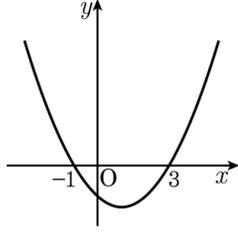
21. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x$ 의 꼭짓점을 A, y 축과 만나는 점을 B, 점 B의 포물선의 축에 대하여 대칭인 점을 C 라 할 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 108



22. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉡ $abc < 0$
- ㉢ $a - b + c < 0$
- ㉣ $9a + 3b + c > 0$
- ㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
 $\therefore b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$
 ㉠ x 축과의 교점이 2개이므로 $b^2 - 4ac > 0$
 ㉡ $abc > 0$
 ㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$
 ㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$
 ㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
 $a + b + c < 4a + 2b + c$

23. x 에 관한 이차방정식 $2ax^2 + px - ap + 4q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 1$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$2a + p - ap + 4q = 0$$

$$(2 - p)a + p + 4q = 0$$

a 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$$2 - p = 0, p + 4q = 0$$

$$p = 2, p + 4q = 0, 4q = -2, q = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore p + q = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

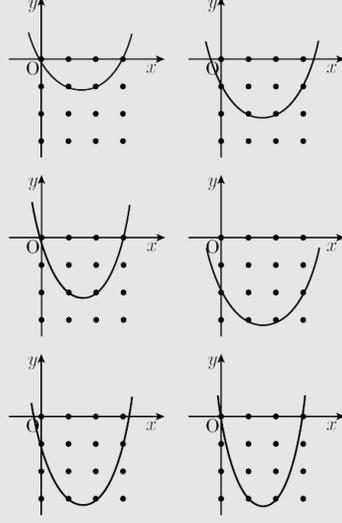
24. 좌표평면 위의 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$, $-\frac{7}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$ 의 영역에서 x , y 좌표가 모두 정수인 점 중 원점을 포함한 4개의 점을 지나는 서로 다른 이차함수의 그래프는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12개

해설

주어진 범위에서 x 좌표가 될 수 있는 정수는 0, 1, 2, 3이고 y 좌표가 될 수 있는 정수는 -3, -2, -1, 0이다. 포물선이 아래로 볼록한 경우에 아래 그림과 같이 모두 6개를 그릴 수 있다.



포물선이 위로 볼록한 경우도 마찬가지로 6개의 포물선을 그릴 수 있다. 따라서 구하는 포물선의 개수는 12개이다.

25. 이차함수 $y = 2x^2 + 4px - 3p^2 + p + 4$ 의 그래프의 꼭짓점이 제2 사분면 위에 있을 때, p 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $0 < p < 1$

해설

$$y = 2(x^2 + 2px) - 3p^2 + p + 4 \\ = 2(x + p)^2 - 5p^2 + p + 4 \text{ 이므로}$$

꼭짓점은 $(-p, -5p^2 + p + 4)$

이때, 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있으므로

$$-p < 0 \quad \therefore p > 0$$

$$-5p^2 + p + 4 > 0, (5p + 4)(p - 1) < 0$$

$$\therefore -\frac{4}{5} < p < 1$$

따라서 $0 < p < 1$ 이다.