

1. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 2a - 3 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{2}{3}$

③ 1

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 6

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - a^2 + 2a - 3 = 0$

$$2a - 3 = 0, a = \frac{3}{2}$$

2. 이차방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 의 근 중 음수가 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 한 근 일 때, a 의 값은?

① 3

② 2

③ 1

④ -2

⑤ -3

해설

$x^2 - 4x - 12 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - 6)(x + 2) = 0$ 이다.

$x = 6, -2$

음수의 근 -2 가 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 의 근이므로

$$(-2)^2 - 4a + a + 2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

3. 다음 보기 중 m 의 값이 다른 하나는?

보기

㉠ $m^2 - 2m + 1 = 0$

㉡ $-m^2 + 2m - 1 = 0$

㉢ $-4m + 2m^2 + 2 = 0$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0$

㉤ $4 + 4m^2 - 8m = 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ ㉤

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤ $(m-1)^2 = 0$

$\therefore m = 1$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0, m = 1 \pm \sqrt{2}$

4. 이차방정식 $3(x-3)^2 = p$ 가 중근을 가진다고 할 때, 상수 p 의 값과 중근은?

- ① $p = 0, x = 3$ ② $p = 3, x = 3$ ③ $p = 0, x = -3$
④ $p = 3, x = 0$ ⑤ $p = -3, x = 3$

해설

중근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식) = 0 이므로

$3(x-3)^2 = p, (x-3)^2 = \frac{p}{3}$ 이므로 $p = 0$ 이다.

또한 중근은 $x = 3$ 이다.

5. 이차방정식 $(x - 3)^2 - 2 = 0$ 의 두 근을 α , β 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① 6

② $2\sqrt{2}$

③ $6 + 2\sqrt{2}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ -6

해설

$$(x - 3)^2 = 2 \text{ 이므로}$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{2}$$

$$\alpha + \beta = (3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) = 6$$

6. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = 2 \pm \sqrt{6}$

② $x = -2 \pm \sqrt{2}$

③ $x = -2 \pm \sqrt{6}$

④ $x = 2 \pm \sqrt{2}$

⑤ $x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

근의 짝수공식에 대입하면,

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-2)}}{1} = -2 \pm \sqrt{6} \text{이다.}$$

7. 반지름이 r 인 원이 있다. 이 원의 반지름을 2만큼 줄였더니 넓이가 9π 가 되었다. 처음 원의 넓이는?

① 15π

② 20π

③ 25π

④ 30π

⑤ 35π

해설

$$\pi(r-2)^2 = 9\pi$$

$$r^2 - 4r - 5 = 0$$

$$(r+1)(r-5) = 0$$

$$r = 5 \quad (\because r > 0)$$

$$(\text{처음 원의 넓이}) = \pi r^2 = 25\pi$$

8. 이차함수 $y = x^2 + 3x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$y = x^2 + 3x - 2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{4}$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼

평행이동시키면

$$\begin{aligned} y &= \left(x + \frac{3}{2} - 2\right)^2 - \frac{17}{4} \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} \\ &= x^2 - x - 4 \end{aligned}$$

$(a, -2)$ 를 대입하면

$$a^2 - a - 4 = -2$$

$$a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -1$$

9. 이차방정식 $6(x-1)^2 + 7x = (2x-3)(4x+1)$ 의 해가 $x = \alpha$ 또는 $x = \beta$ 일 때, $4(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

주어진 방정식을 정리하면 $2x^2 - 5x - 9 = 0$

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 72}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{97}}{4}$$

$\alpha > \beta$ 이므로

$$\alpha = \frac{5 + \sqrt{97}}{4}, \beta = \frac{5 - \sqrt{97}}{4}$$

$$\therefore 4(\alpha + \beta) = 10$$

10. $(a - b)^2 - 5(a - b) - 6 = 0$, $ab = 12$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a < b$)

① 16

② 25

③ 36

④ 49

⑤ 60

해설

$a - b = X$ 로 치환하면 $X^2 - 5X - 6 = 0$

$(X - 6)(X + 1) = 0$, $X = 6$ 또는 $X = -1$

$a < b$ 이므로 $a - b = -1$

$$\begin{aligned}\therefore a^2 + b^2 &= (a - b)^2 + 2ab \\ &= (-1)^2 + 2 \times 12 = 25\end{aligned}$$

11. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값은? (단, $m > 0$)

$$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0$$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - m(2x - 1) + 2 = 0 \text{ 에서 } x^2 - 2mx + m + 2 = 0$$

$$D = (2m)^2 - 4(m + 2) = 0$$

$$4m^2 - 4m - 8 = 0$$

$$m = 2 \text{ 또는 } m = -1$$

따라서 $m = 2$ 이다. ($\because m > 0$)

12. 이차방정식 $x^2 + 2x + c = 0$ 이 서로 다른 실근을 가질 때, 다음 중 c 의 값으로 적당한 것은?

① -2

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 5

⑤ $\frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

이차방정식이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 조건은 $D > 0$ 이다. (단, x 의 계수가 짝수일 경우 $\frac{D}{4} > 0$)

$$\text{즉, } (-1)^2 - c > 0$$

$$\therefore c < 1$$

13. 실수로 책의 종이 1장이 찢어졌다. 기억나는 것은 두 쪽수의 곱이 240이라는 것일 때, 두 쪽수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 31

해설

두 쪽수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 240$$

$$x^2 + x - 240 = 0$$

$$(x - 15)(x + 16) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 15$ (쪽)

따라서 두 쪽수는 15, 16 이므로 두 쪽수의 합은 31이다.

14. 지상에서 10m 의 높이에 있는 건물의 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던진 공의 x 초 후의 높이가 $h = (10 - 2x^2 + 20x)$ m 라고 할 때, 공이 다시 건물의 옥상으로 떨어질 때까지 걸리는 시간을 구하여라. (단, 단위는 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

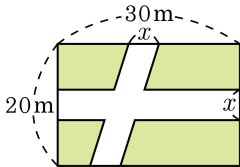
해설

$h = 10 - 2x^2 + 20x$ 에서 공이 옥상에 떨어지는 것은 높이 h 가 10m가 될 때이다.

$$10 = 10 - 2x^2 + 20x, x^2 - 10x = 0, x(x - 10) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 10$

15. 다음 그림과 같이 가로 30 m, 세로 20 m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 400 m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭을 x 라 하면 x 를 구하는 식으로 옳은 것은?



① $x^2 - 10x + 600 = 0$

② $x^2 - 20x + 400 = 0$

③ $x^2 - 30x - 200 = 0$

④ $x^2 + 40x + 200 = 0$

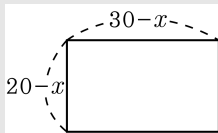
⑤ $x^2 - 50x + 200 = 0$

해설

다음 그림처럼 길을 한쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.

식을 세우면 $(30 - x)(20 - x) = 400$

$\therefore x^2 - 50x + 200 = 0$



16. 이차함수 $y = 4(x + 7)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축, y 축 의 방향으로 각각 3, -5 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(0, a)$ 을 지날 때, a 의 값은?

① 22

② 38

③ 54

④ 60

⑤ 76

해설

$y = 4(x + 7)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축, y 축 의 방향으로 각각 3, -5 만큼 평행이동하면 $y = 4(x + 7 - 3)^2 - 5 - 5$, $y = 4(x + 4)^2 - 10$ 이고. 점 $(0, a)$ 을 지나므로 대입하면 $a = 4(0 + 4)^2 - 10$, $a = 54$ 이다.

17. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 5$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표가 p, q 이고, y 축과 만나는 점의 y 좌표가 r 일 때, $p + q + r$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

x 축과의 교점 ($y = 0$ 을 대입) 의 x 좌표를 구하면,

$$x^2 - 4x - 5 = 0, (x + 1)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -1, 5$$

y 절편이 -5 이므로 $r = -5$

$$\therefore p + q + r = (-1) + 5 - 5 = -1$$

18. 어떤 모임의 회원 n 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수가 90 가지 일 때, 모임의 회원 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 10명

해설

n 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수는 $n(n-1)$ 이다.

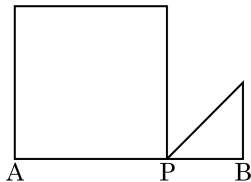
$$n(n-1) = 90$$

$$n^2 - n - 90 = 0 \text{ 이고,}$$

$$(n+9)(n-10) = 0 \text{ 이다.}$$

따라서 $n = 10$ (n 은 자연수)이다.

19. 길이가 6cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 18cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

해설

선분 AP 의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면

(정사각형의 넓이) $= x^2$

(직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(6-x)^2$

$$x^2 + \frac{1}{2}(6-x)^2 = 18$$

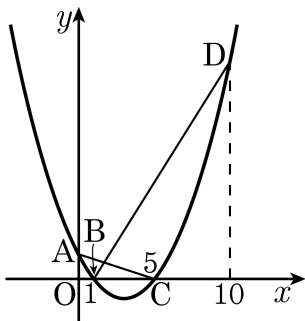
$$\frac{3}{2}x^2 - 6x + 18 - 18 = 0$$

$$3x^2 - 12x = 0$$

$$3x(x-4) = 0$$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 4(\text{cm})$

20. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하면?



① 106

② 107

③ 108

④ 109

⑤ 110

해설

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times c = 12 \text{ 이다.}$$

$c = 6$, 즉 $A(0, 6)$ 이다.

$$y = ax^2 + bx + 6 = a(x - 1)(x - 5) = ax^2 - 6ax + 5a \text{ 이다.}$$

$$5a = 6, a = \frac{6}{5}, b = -\frac{36}{5} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6 \text{ 이므로 } D(10, 54) \text{ 이다.}$$

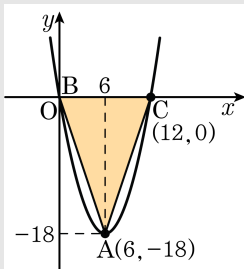
$$\Delta BCD = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 54 = 108$$

21. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x$ 의 꼭짓점을 A, y 축과 만나는 점을 B, 점 B의 포물선의 축에 대하여 대칭인 점을 C 라 할 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

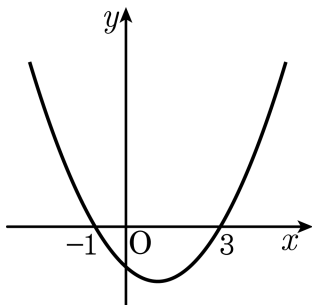
▷ 정답 : 108

해설



$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 18 = 108$$

22. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉡ $abc < 0$
- ㉢ $a - b + c < 0$
- ㉣ $9a + 3b + c > 0$
- ㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$

$\therefore b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

㉠ x 축과의 교점이 2개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

㉡ $abc > 0$

㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$

㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$

㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
 $a + b + c < 4a + 2b + c$

23. x 에 관한 이차방정식 $2ax^2 + px - ap + 4q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 1$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$2a + p - ap + 4q = 0$$

$$(2 - p)a + p + 4q = 0$$

a 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$$2 - p = 0, \quad p + 4q = 0$$

$$p = 2, \quad p + 4q = 0, \quad 4q = -2, \quad q = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore p + q = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

24. 좌표평면 위의 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}, -\frac{7}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$ 의 영역에서 x, y 좌표가 모두 정수인 점 중 원점을 포함한 4개의 점을 지나는 서로 다른 이차함수의 그래프는 몇 개인지 구하여라.

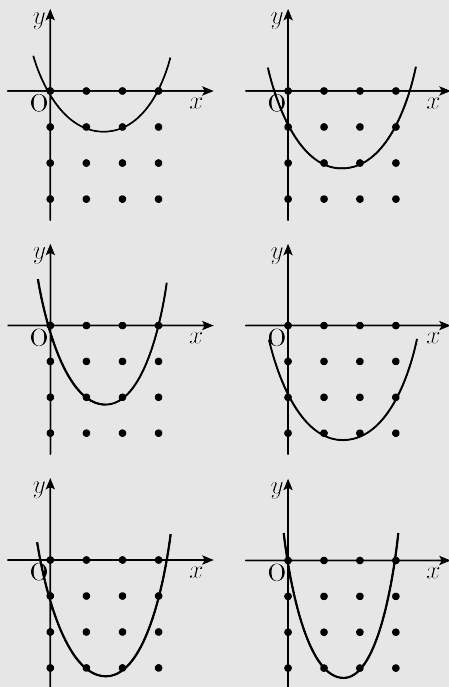
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

주어진 범위에서 x 좌표가 될 수 있는 정수는 0, 1, 2, 3이고 y 좌표가 될 수 있는 정수는 -3, -2, -1, 0이다.

포물선이 아래로 볼록한 경우에 아래 그림과 같이 모두 6 개를 그릴 수 있다.



포물선이 위로 볼록한 경우도 마찬가지로 6 개의 포물선을 그릴 수 있다.

따라서 구하는 포물선의 개수는 12 개이다.

25. 이차함수 $y = 2x^2 + 4px - 3p^2 + p + 4$ 의 그래프의 꼭짓점이 제2사분면 위에 있을 때, p 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $0 < p < 1$

해설

$$y = 2(x^2 + 2px) - 3p^2 + p + 4$$

$$= 2(x + p)^2 - 5p^2 + p + 4 \text{ 이므로}$$

$$\text{꼭짓점은 } (-p, -5p^2 + p + 4)$$

이때, 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있으므로

$$-p < 0 \quad \therefore p > 0$$

$$-5p^2 + p + 4 > 0, (5p + 4)(p - 1) < 0$$

$$\therefore -\frac{4}{5} < p < 1$$

따라서 $0 < p < 1$ 이다.