

1. 두 방정식 $x^2 - 4x - 12 = 0$, $x^2 - 6x + p = 0$ 을 동시에 만족하는 해가 있을 때, $-p$ 의 값은? (단, $p \neq 0$)

① 4

② 16

③ -16

④ 8

⑤ -8

해설

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$x = -2, 6$$

1) $x = -2$ 가 $x^2 - 6x + p = 0$ 의 해일 때,

$$4 + 12 + p = 0 \therefore p = -16$$

2) $x = 6$ 이 $x^2 - 6x + p = 0$ 의 해일 때,

$$36 - 36 + p = 0 \therefore p = 0$$

따라서 $p \neq 0$ 이므로 $-p = -(-16) = 16$ 이다.

2. 두 이차방정식 $x^2 - 2x = 0$, $2x^2 - x - 6 = 0$ 의 공통인 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x(x - 2) = 0 \quad \therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

$$(x - 2)(2x + 3) = 0 \quad \therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -\frac{3}{2}$$

따라서 공통인 해는 2이다.

3. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

4. 다음 완전제곱식을 이용하여 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 의 근을 구하는 과정이다.

$\textcircled{a}$, $\textcircled{b}$ 에 알맞은 것을 차례로 써라.

$$ax^2+bx+c=a(x^2+\frac{b}{a}x)+c$$

$$=a(x^2+\frac{b}{a}x+\textcircled{a}^2-\textcircled{a}^2)+c$$

$$=a(x+\textcircled{a})^2-\frac{\textcircled{b}}{4a}=0$$

$$\therefore x+\textcircled{a}=\pm\sqrt{\frac{\textcircled{c}}{4a^2}}$$

$$\therefore x=\frac{-b\pm\sqrt{\textcircled{d}}}{2a} \text{ (단, } \textcircled{d}\geq 0 \text{)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\textcircled{a}=\frac{b}{2a}, \textcircled{b}=b^2-4ac$

해설

생략

5. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 3x + 3 = 0$

② $3x^2 + 2x - 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 3$

해설

① $D = 9 - 12 < 0$ 이므로 해가 없다.
나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

6. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 2x - 5 = 0$

② $x^2 - 8x = 10$

③ $6x^2 = 4x + 9$

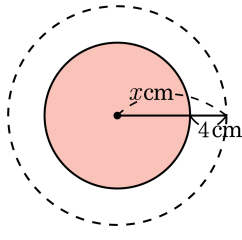
④ $(x + 2)^2 = 0$

⑤ $(x + 1)^2 = 10$

해설

(완전제곱식) = 0 꼴의 이차방정식의 근의 개수는 하나이다.
따라서 ④이다.
나머지 모두 해의 갯수는 2개이다.

7. 다음 그림과 같은 반지름의 길이가 $x\text{cm}$ 인 원이 있다. 이 원의 반지름의 길이를 4cm 짧게 하였더니, 넓이가 $64\pi\text{cm}^2$ 가 된다고 한다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

작은 원의 반지름은 $(x - 4)\text{cm}$ 이다.

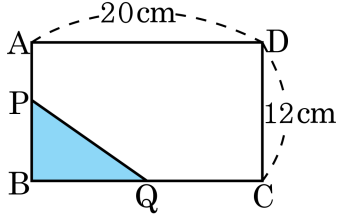
$$(x - 4)^2\pi = 64\pi \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 8x - 48 = 0$$

$$(x + 4)(x - 12) = 0$$

따라서 $x = 12(\text{cm})$ ($\because x > 4$) 이다.

8. 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 에서 점 P 는 A 를 출발하여 B 까지 초속 1cm, Q 는 B 출발하여 C 까지 초속 2cm 로 움직인다. 점 P 와 Q 가 동시에 출발할 때, 몇 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 35cm^2 가 되는지 모두 구하여라.



▶ 답: 초

▶ 답: 초

▶ 정답 : 5초

▶ 정답: 7초

해설

t 초 후의 $\overline{PB} = 12 - t, \overline{BQ} = 2t$

t 초 후 Δ PBQ 의 넓이가 35cm^2 라고

하면

$$35 = \frac{1}{2} \times 2t \times (12 - t)$$

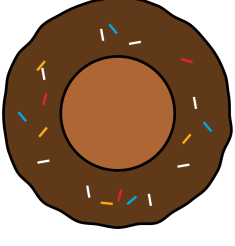
$$t^2 - 12t + 35 = 0$$

$$(t - 7)(t - 5) = 0$$

$t = 5$ 또는 7

9. 다음 그림과 같이 원 모양의 빵의 둘레에 폭이 20 cm 인 크림을 바르려고 한다. 크림의 넓이가 빵과 크림의 넓이의 합의 $\frac{3}{4}$ 이라고 할 때, 빵의 반지름은?
- ① 17 ② 19 ③ 20

④ 22 ⑤ 23

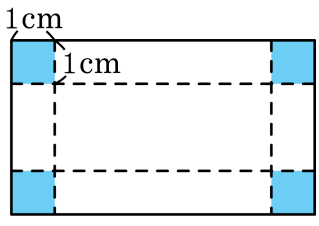


해설

빵의 반지름을 x cm 라 하면

$$\pi(x+20)^2 - \pi x^2 = \frac{3}{4}\pi(x+20)^2$$
$$\frac{1}{4}\pi(x+20)^2 = \pi x^2$$
$$(x+20)^2 = 4x^2$$
$$3x^2 - 40x - 400 = 0$$
$$(x-20)(3x+20) = 0$$
$$\therefore x = 20 \quad (\because x > 0)$$

10. 가로가 세로보다 3cm 더 긴 직사각형 모양의종이가 있다. 네 모퉁이에서 그림과 같이 한 변이 1cm 인 정사각형을 잘라 부피가 10cm^3 인 상자를 만들었다. 처음 직사각형 모양의 종이의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 28cm^2

해설

세로의 길이 : $x\text{cm}$, 가로의 길이 : $(x+3)\text{cm}$ 라고 하면
 $(x-2)(x+3-2) \times 1 = 10$
 $x^2 - x - 2 - 10 = 0$
 $x^2 - x - 12 = 0$
 $(x-4)(x+3) = 0$, $x = 4(\text{cm})$
따라서 처음 직사각형의 넓이는 $x(x+3) = 4(4+3) = 28(\text{cm}^2)$ 이다.

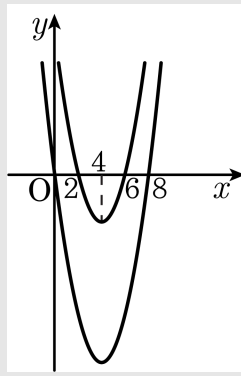
11. 이차함수 $y = x^2 - 8x + 12$ 를 y 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하면 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 처음의 두 배가 된다고 한다. 이 때, p 의 값은?

① -12 ② -10 ③ -6 ④ -3 ⑤ 7

해설

$y = x^2 - 8x + 12 = (x-2)(x-6)$ 이므로 x 축과 만나는 두 점은 $(2, 0), (6, 0)$ 이고 축은 $x = 4$ 이다.

이 그래프가 y 축의 방향으로만 평행이동했으므로 그래프의 축은 변하지 않은 상태에서 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 두 배가 되려면 다음 그림처럼 좌우로 각각 2 만큼 늘어나서 $(0, 0), (8, 0)$ 을 지나게 된다.



따라서 평행이동한 식은 $y = x(x-8) = x^2 - 8x$

이는 $y = x^2 - 8x + 12$ 를 y 축의 방향으로 -12 만큼 평행이동한 식이므로 $p = -12$ 이다.

12. 이차함수 $y = 2(x - 4)^2 - 6$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하여 $y = 2(x + 3)^2 + 3$ 이 되었다. $p + q$ 의 값은?

① -10

② -2

③ 2

④ 6

⑤ 8

해설

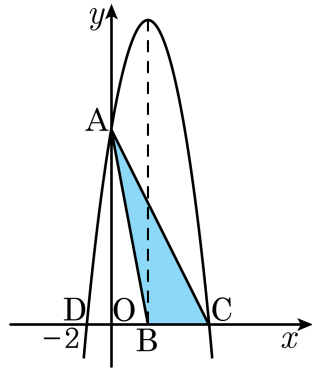
$$\begin{aligned} y &= 2(x - 4 - p)^2 - 6 + q \\ &= 2(x + 3)^2 + 3 \end{aligned}$$

$$-4 - p = 3, \quad p = -7$$

$$-6 + q = 3, \quad q = 9$$

$$\therefore p + q = 2$$

13. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 6x + a$ 의 그래프이다. 점 C, A 는 각각 x 축, y 축과 만나는 점이고, 점 B 는 대칭축과 x 축이 만나는 점이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 40 일 때, a 값을 구하면?

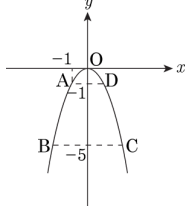


- ① 6 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 18

해설

$y = -x^2 + 6x + a$
 $= -(x^2 - 6x + 9 - 9) + a$
 $= -(x - 3)^2 + 9 + a$ 이므로 B(3,0) 이다.
 점 D 의 좌표가 (-2,0) 이므로 점 C 의 좌표는 (8,0) 이다.
 $\triangle ABC$ 의 밑변 $\overline{BC} = 5$, 높이 $\overline{AO} = a$ 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times a = 40$
 $\therefore a = 16$

14. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4 + 4\sqrt{5}$

해설

$y = ax^2$ 가 점 $(-1, -1)$ 을 지나므로

$-1 = a, a = -1$

$y = -x^2, y = -5$ 일 때, $x = \pm\sqrt{5}$

A $(-1, -1), B(-\sqrt{5}, -5)$

C $(\sqrt{5}, -5), D(1, -1)$

(□ABCD 의 넓이)

$= (2 + 2\sqrt{5}) \times (5 - 1) \times \frac{1}{2} = 4 + 4\sqrt{5}$

15. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 4y^2 = 3x - 6y$ 가 성립할 때, $x - 2y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq 2y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = 3x - 6y$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 - 3x + 6y = 0$$

$$(x - 2y)^2 - 3(x - 2y) = 0$$

$$(x - 2y)(x - 2y - 3) = 0$$

$x \neq 2y$ 이므로 $x - 2y - 3 = 0, x - 2y = 3$ 이다.

16. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$ 가 성립할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$$

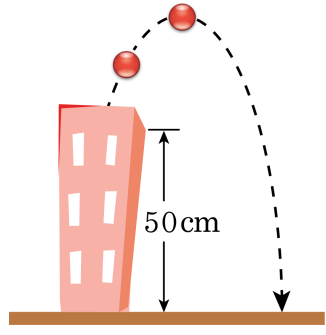
$$x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 3y = 0$$

$$(x - y)^2 - 3(x - y) = 0$$

$$(x - y)(x - y - 3) = 0$$

$x \neq y$ 이므로 $x - y - 3 = 0, x - y = 3$ 이다.

17. 지면으로부터 50m 되는 높이에서 초속 25m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 25t + 50$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 올라가는 최고점의 높이를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 81.25

해설

최고점까지 걸린 시간은 옥상의 높이와 같은 50m 를 지날 때의 시간의 절반이므로

$$-5t^2 + 25t + 50 = 50$$

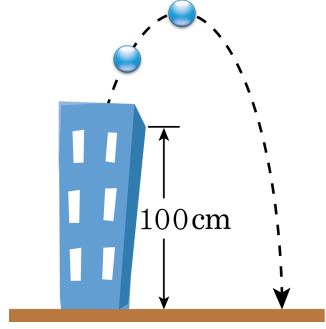
$$t = 5$$

따라서 최고점까지 걸린 시간은 2.5 초이다.

최고점까지의 거리는 물체가 2.5 초만큼 움직인 거리이므로

$$h = -5t^2 + 25t + 50 = 81.25(\text{m})$$

18. 지면으로부터 100m 되는 건물의 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



- ① 2 초, 170m ② 3 초, 175m ③ 2 초, 175m
④ 3 초, 180m ⑤ 2 초, 180m

해설

$$-5t^2 + 40t + 100 = 160$$
$$t^2 - 8t + 12 = 0$$
$$(t - 2)(t - 6) = 0$$
$$\therefore t = 2 \text{ 또는 } t = 6$$

물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는 시간부터 최고점까지 올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.

$$t = \frac{6 + 2}{2} = 2(\text{초})$$

최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로

$$\begin{aligned} h &= -5t^2 + 40t + 100 \\ &= -5(4^2) + 40 \times 4 + 100 \\ &= 180(\text{m}) \end{aligned}$$