

1. 다음 중 이차함수인 것은?

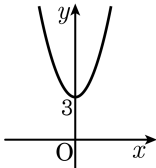
- ① 자동차가 시속 50km 로 x 시간 동안 달린 거리는 y km 이다.
- ② 반지름의 길이가 x cm 인 원의 둘레의 길이는 y cm 이다.
- ③ 한 변의 길이가 x cm 인 정사각형의 넓이는 y cm² 이다.
- ④ x 개의 물건을 y 명이 나누어 가진다.
- ⑤ 한 변의 길이가 x cm 인 정삼각형의 둘레의 길이는 y cm 이다.

해설

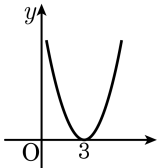
③ $y = x^2$

2. 다음 중 이차함수 $y = x^2 + 3$ 의 그래프라 할 수 있는 것은?

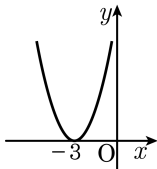
①



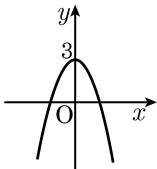
②



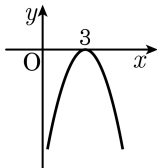
③



④



⑤



해설

축의 방정식은 $x = 0$ 이고, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

3. 다음 중 $y = x^2$ 의 그래프와 $y = -x^2$ 의 공통점이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

① 원점을 지난다.

② 아래로 볼록하다.

③ y 축에 대하여 대칭이다.

④ 그래프가 제 1 사분면을 지난다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

x^2 의 계수가 양수면 아래로 볼록, 음수면 위로 볼록하다.

4. 이차함수 $y = 3ax^2$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

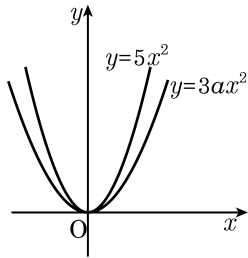
① $a > \frac{5}{3}$

③ $a = \frac{5}{3}$

⑤ $1 < a < \frac{5}{3}$

② $0 < a < \frac{5}{3}$

④ $0 < a < 1$



해설

$0 < 3a < 5$ 이므로

$$\therefore 0 < a < \frac{5}{3}$$

5. 이차함수 $y = 2(x + 1)^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 포물선의 식은?

① $y = 2(x + 2)^2 + 4$

② $y = -2(x + 3)^2 + 3$

③ $y = 2(x - 1)^2 + 3$

④ $y = -2(x - 1)^2 + 3$

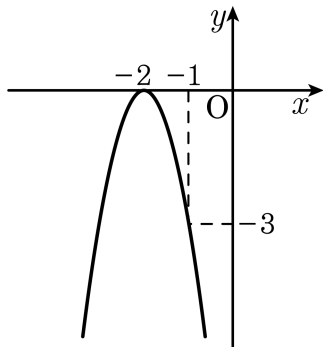
⑤ $y = 2(x + 3)^2 + 3$

해설

$$y = 2(x + 1 + 2)^2 - 1 + 4$$

$$\therefore y = 2(x + 3)^2 + 3$$

6. 다음 그림과 같은 포물선의 식으로 옳은 것은?



① $y = -2x^2 - 1$

② $y = -3x^2 + 2$

③ $y = -2(x + 2)^2$

④ $y = -3(x + 2)^2$

⑤ $y = 2(x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 한 점 $(-1, -3)$ 을 지나므로
 $y = a(x + 2)^2$ 에 점 $(-1, -3)$ 을 대입하면

$$-3 = a(-1 + 2)^2$$

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore y = -3(x + 2)^2$$

7. 이차함수 $y = (x - 1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선 식은?

① $y = (x - 1)^2 + 2$

② $y = (x + 1)^2 + 2$

③ $y = (x - 1)^2 - 2$

④ $y = -(x + 1)^2 + 2$

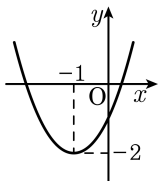
⑤ $y = -(x - 1)^2 + 2$

해설

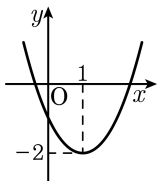
y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x - 1)^2 + 2$ 이다.

8. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 의 그래프라 할 수 있는 것은?

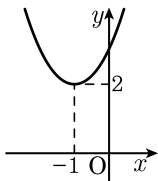
①



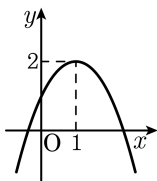
②



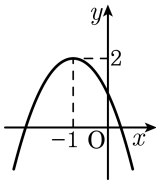
③



④



⑤



해설

$$\begin{aligned}
 y &= -x^2 - 2x + 1 \\
 &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\
 &= -(x + 1)^2 + 2
 \end{aligned}$$

9. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 2 + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < -5$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 2 + k \\ &= -3(x-1)^2 + 5 + k \end{aligned}$$

x 축과 만나지 않으려면 $5 + k < 0$, $k < -5$ 이다.

10. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3$ 의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $a < 3$

③ $a > 3$

④ $a < 0$

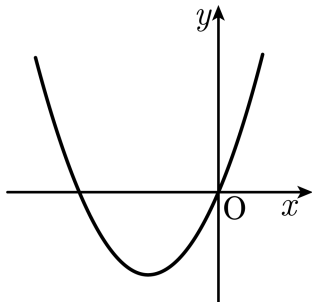
⑤ $0 < a < 3$

해설

$$y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3 = (x - a)^2 - a + 3, \text{ 꼭짓점의 좌표가 } (a, -a + 3)$$

$\therefore a < 0, -a + 3 > 0$ 즉, $a < 0, a < 3$ 이므로 $a < 0$ 이다.

11. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 원점을 지날 때, a, b, c 의 부호로 옳은 것은?



- ① $a > 0, b > 0, c = 0$ ② $a > 0, b < 0, c > 0$
③ $a < 0, b = 0, c > 0$ ④ $a < 0, b < 0, c > 0$
⑤ $a < 0, b < 0, c = 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \quad \therefore b > 0$

y 축과 만나는 점이 원점쪽에 위치하므로 $c = 0$

12. 이차함수 $y = -2(x + 1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② y 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 0)$ 이다.
- ④ 최솟값 0 을 갖는다.
- ⑤ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소한다.

해설

- ① $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② $x = -1$ 에 대하여 대칭이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ④ 최댓값 0 을 갖는다.

13. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$

② $x < -4$

③ $x < 4$

④ $x > 4$

⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4 만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$

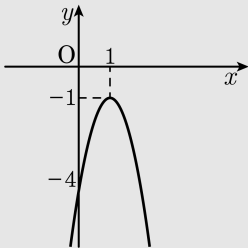
꼭짓점이 $(4, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이므로

$x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

14. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제1, 2사분면 ② 제1, 4 사분면 ③ 제2, 3 사분면
④ 제2, 4 사분면 ⑤ 제3 사분면

해설



15. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\&= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\&= 3(x - 2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\&= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

16. 이차함수 $y = 2(x - 4)^2 - 6$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하여 $y = 2(x + 3)^2 + 3$ 이 되었다. $p + q$ 의 값은?

① -10

② -2

③ 2

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 4 - p)^2 - 6 + q \\&= 2(x + 3)^2 + 3\end{aligned}$$

$$-4 - p = 3$$

$$\therefore p = -7$$

$$-6 + q = 3$$

$$\therefore q = 9$$

$$p + q = (-7) + 9 = 2$$

17. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + ax + 3$ 의 그래프가 $(1, 4)$ 를 지난다고 한다. 이 때, x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하는 범위를 구하면?

① $x > 1$

② $x > 2$

③ $x < -1$

④ $x > -2$

⑤ $x < -3$

해설

$(1, 4)$ 를 대입하면 $a = \frac{2}{3}$ 이다.

$a = \frac{2}{3}$ 를 대입하면

$$y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x^2 + 2x) + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x+1)^2 + 3 - \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

따라서 $x < -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

18. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 5$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표가 p, q 이고, y 축과 만나는 점의 y 좌표가 r 일 때, $p + q + r$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

x 축과의 교점 ($y = 0$ 을 대입) 의 x 좌표를 구하면,

$$x^2 - 4x - 5 = 0, (x + 1)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = -1, 5$$

y 절편이 -5 이므로 $r = -5$

$$\therefore p + q + r = (-1) + 5 - 5 = -1$$

19. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 2k - 5$ 의 꼭짓점이 직선 $y = x + 2$ 위에 있다고 한다. 이때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = \frac{1}{2}$

해설

$$y = -x^2 + 6x + 2k - 5 = -(x - 3)^2 + 2k + 4$$

꼭짓점 $(3, 2k + 4)$ 가 $y = x + 2$ 위에 있으므로 $2k + 4 = 5$,

$$2k = 1$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}$$

20. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

① $k > -2$

② $k > -1$

③ $k < -2$

④ $k < -1$

⑤ $k > 0$

해설

아래로 볼록한 포물선이 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위해서는 꼭짓점의 y 좌표가 음수이어야 한다.

$$y = 2x^2 + 4x - k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - k = 2(x+1)^2 + (-2-k)$$

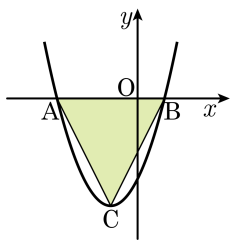
$$\text{꼭짓점 } (-1, -2-k) \text{ 에서 } -2-k < 0 \quad \therefore k > -2$$

해설

$y = 2x^2 + 4x - k$ 가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나면 방정식 $0 = 2x^2 + 4x - k$ 이 서로 다른 두 근을 갖는다.

$$D = 4^2 + 8k > 0 \quad \therefore k > -2$$

21. 이차함수 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표를 각각 A, B 라 하고 꼭짓점의 좌표를 C 라 하자. 이 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

i) x 축과의 교점 A, B 의 좌표는 $y = 0$ 일 때 x 의 값이다.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\text{ii) } y = x^2 + 2x - 3$$

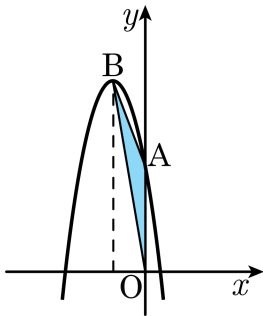
$$= (x^2 + 2x + 1) - 1 - 3$$

$$= (x + 1)^2 - 4$$

$$\therefore C(-1, -4)$$

$$\text{iii) } \triangle ABC = 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$$

22. 이차함수 $y = -x^2 - 6x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 점 A는 y축과의 교점이고 점 B는 꼭짓점이다. 이 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

$$y = -(x + 3)^2 + 17 \text{ 이므로 } B(-3, 17)$$

$$A(0, 8) \text{ 이므로 } \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$$

23. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq -2$ 이다.

② 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.

③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다.

④ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

⑤ $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$$y = (x - 2)^2 - 2$$

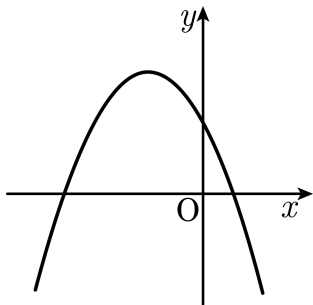
① 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq -2$ 이다.

② 아래로 볼록하다.

③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.

⑤ y 도 증가한다.

24. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳은 것은?



① $a > 0$

② $b > 0$

③ $ab < 0$

④ $c > 0$

⑤ $abc < 0$

해설

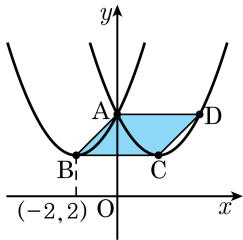
위로 볼록 $a < 0$

축의 식 $-\frac{b}{2a} < 0, b < 0$

y 절편 $c > 0$

따라서 $abc > 0$ 이다.

25. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시키면 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 에서 $(2, 2)$ 로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0, 4)$ 이므로 평행사변형의 가로 길이는 4, 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4 \times 2 = 8$ 이다.