

1. 두 점 A (1, -5), B (6, 5)를 잇는 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점 P (x, y)의 좌표는?

① (3, -1)

② (3, 2)

③ (1, 3)

④ (2, 2)

⑤ (2, 1)

해설

공식에 의하여

$$\left(\frac{2 \times 6 + 3 \times 1}{2 + 3}, \frac{2 \times 5 + 3 \times (-5)}{2 + 3} \right)$$

$$= (3, -1)$$

2. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A의 좌표가 (5, 4), 변 AB의 중점의 좌표가 (-1, 3), 무게중심의 좌표가 (1, 2)일 때, 꼭짓점 B, C의 좌표를 구하면?

① $B(-5, 2), C(5, 1)$

② $B(-6, 2), C(4, 0)$

③ $B(-7, 2), C(5, 0)$

④ $B(-7, -1), C(4, 0)$

⑤ $B(-7, -2), C(5, -1)$

해설

$B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ 으로 놓으면

$$\frac{5 + x_2}{2} = -1, \frac{4 + y_2}{2} = 3,$$

$$\frac{5 + x_2 + x_3}{3} = 1, \frac{4 + y_2 + y_3}{3} = 2$$

$$\therefore x_2 = -7, y_2 = 2, x_3 = 5, y_3 = 0$$

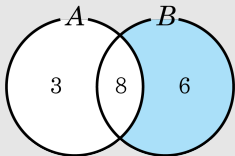
즉, $B(-7, 2), C(5, 0)$

3. 희진이네 반 학생 중 피자를 좋아하는 학생은 11명, 떡을 좋아하는 학생은 14명, 피자과 떡을 모두 좋아하는 학생은 8명이다. 이때, 떡만 좋아하는 학생은 몇 명인가?

- ① 6명 ② 8명 ③ 10명 ④ 12명 ⑤ 14명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



4. 좌표평면 위의 두 점 $P(a, 3)$, $Q(1, a)$ 에 대하여 $\overline{PQ} = \sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\overline{PQ} = \sqrt{(1-a)^2 + (a-3)^2} = \sqrt{2a^2 - 8a + 10}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{2} \text{ 이므로 } \sqrt{2a^2 - 8a + 10} = \sqrt{2}$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 2a^2 - 8a + 10 = 2$$

$$2a^2 - 8a + 8 = 0, a^2 - 4a + 4 = 0, (a-2)^2 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

5. 점 $(2, -1)$ 을 지나고 직선 $y = 2x + 4$ 에 평행한 직선의 방정식은?

① $y = \frac{1}{2}x - 2$

② $y = 2x - 5$

③ $y = -2x - 5$

④ $y = 2x + 2$

⑤ $y = -2x + 5$

해설

$y = 2x + 4$ 와 평행한 직선의 기울기는 2 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y - (-1) = 2(x - 2)$$

$$\therefore y = 2x - 5$$

6. 세 점 A(1,4), B (-1,2), C (5,a)가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① 2

② 8

③ 10

④ -2

⑤ -4

해설

A, B를 지나는 직선의 방정식은

$$\text{기울기} = \frac{4-2}{1-(-1)} = 1$$

$$y = 1 \cdot (x-1) + 4 = x + 3$$

위에 $C(5, a)$ 가 존재하므로 대입하면,

$$\therefore a = 5 + 3 = 8$$

7. $ac < 0$, $bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.



답 :

사분면



정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{7}$$

$ac < 0$, $bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$

$\therefore abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$

$ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$

$bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 $\textcircled{7}$ 은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

8. 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① 자연수 n 에 대하여, n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.
- ② 자연수 n, m 에 대하여 $n^2 + m^2$ 이 홀수이면, nm 은 짝수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여, n^2 이 3의 배수이면, n 은 3의 배수이다.
- ④ a, b 가 실수일 때, $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면, $a = 0$ 이다.
- ⑤ 두 실수 a, b 에 대하여, $a + b > 2$ 이면, $a > 1$ 또는 $b > 1$

해설

①, ③ : n^2 이 p 의 배수이면, n 은 p 의 배수이다. (참)

② : 대우는 ‘ nm 은 홀수이면 $n^2 + m^2$ 이 짝수이다.’ nm 은 홀수, 즉 n, m 모두 홀수이면 n^2, m^2 모두 홀수이므로 $n^2 + m^2$ 은 짝수이다.

∴ 주어진 명제는 참

④ 반례 : $a = 2\sqrt{2}, b = -1$

※ 주의) 주어진 명제가 참일 때는 a, b 가 유리수라는 조건일 때임을 명심해야 한다.

⑤ 대우 : $a \leq 1$ 그리고 $b \leq 1$ 이면 $a + b \leq 2$ (참)

9. x 가 양의 실수 일 때, $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 > 0$, $\frac{1}{x^2} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$$

등호는 $x^2 = \frac{1}{x^2}$ 일 때 성립하므로 $x^4 = 1$

따라서 양의 실수 x 는 1이다.

최솟값은 3이고, x 값은 1이다.

10. 직선 l 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 두 점 A, B의 중점 M의 좌표는 (2, 3)이다. 이 때, 직선 l 의 방정식은?

① $y = -2x + 2$

② $y = -\frac{3}{2}x + 3$

③ $y = -\frac{2}{3}x + 2$

④ $y = -\frac{3}{2}x + 6$

⑤ $y = \frac{2}{3}x + 6$

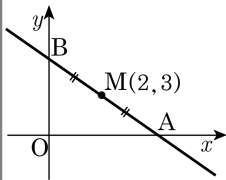
해설

A, B의 중점이 (2, 3)이므로

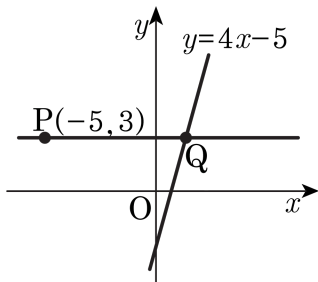
A(4, 0), B(0, 6) 직선 l 의 x 절편이 4, y 절편이 6 이므로

직선의 방정식은 $\frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 1$ 이다.

$\therefore y = -\frac{3}{2}x + 6$



11. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(-5, 3)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 일차함수 $y = 4x - 5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{PQ}$ 의 길이는?



① 6

② $\frac{13}{2}$

③ 7

④ $\frac{15}{2}$

⑤ 8

해설

점 P 를 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 3$ 이다.

점 Q 의 y 좌표가 3이므로

$y = 4x - 5$ 에 $y = 3$ 을 대입하면 $3 = 4x - 5$

$\therefore x = 2$

따라서 점 Q 의 좌표는 $(2, 3)$ 이다.

$\therefore \overline{PQ} = 2 - (-5) = 7$

12. $n(A) = 14$, $n(B) = 23$, $n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(B - A) - n(A - B)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A - B) = 14 - 7 = 7$$

$$n(B - A) = 23 - 7 = 16$$

$$\therefore n(B - A) - n(A - B) = 16 - 7 = 9$$

13. 좌표평면 위의 두 점 $A(7, 4)$, $B(8, 6)$ 과 직선 $y = x$ 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값을 최소가 되게 하는 점 P 의 x 좌표를 a 라 할 때, $5a$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$A(7, 4)$ 를 $y = x$ 에 대칭이동한 점 $C(4, 7)$ 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 가 최소인 점 P 는

선분 BC 와 직선 $y = x$ 의 교점이다.

$$y = -\frac{1}{4}x + 8 \text{와 } y = x \text{의 교점은 } \left(\frac{32}{5}, \frac{32}{5}\right)$$

$$\therefore 5a = 32$$

14. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$

㉡ $C = \{0\}$ 이면 $n(C) = 0$

㉢ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$

㉣ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

㉤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = \{4\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

㉡ $C = \{0\}$ 이면 $n(C) = 1$

㉣ A 와 B 집합의 원소 개수가 같아도 원소는 다를 수 있다.

㉤ $4 - 3 = 1$

15. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{4, 10\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $B \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

$A \cap X = X$ 이므로 $X \subset A$, $B \cup X = X$ 이므로 $B \subset X \quad \therefore B \subset X \subset A$

즉, $\{4, 10\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 8, 10\}$

따라서 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 4, 10을 반드시 포함하는 집합이므로 개수는

$2^{5-2} = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.