

1. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 3)$, $(k, 12)$ 를 지날 때, k 의 값은?(단, $k < 0$)

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

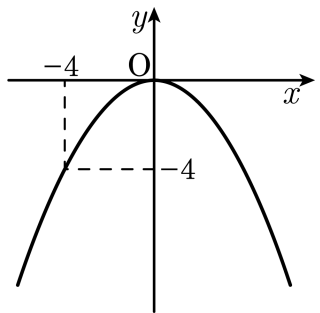
$y = ax^2$ 에 $(-1, 3)$ 을 대입하면 $3 = a$ 이다.

따라서 $y = 3x^2$ 이고 이 그래프가 점 $(k, 12)$ 를 지나므로

$12 = 3 \times k^2, k^2 = 4$

따라서 음수 k 의 값은 -2 이다.

2. 다음 그림의 이차함수의 그래프와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식은?



① $y = -3x^2$

② $y = \frac{1}{4}x^2$

③ $y = -\frac{1}{3}x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에 $(-4, -4)$ 를 대입하면 $a = -\frac{1}{4}$

따라서 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = \frac{1}{4}x^2$ 이다.

3. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = x^2$

② $y = -3x^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3$

④ $y = 2x^2 + 5$

⑤ $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 3$

해설

이차항의 계수가 양수이면서 절댓값이 작은 것을 찾는다.

4. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ~~(가)~~ 원점을 꼭짓점으로 한다.
- ~~(나)~~ 대칭축은 y 축이다.
- ~~(다)~~ y 의 값의 범위는 $y > 0$ 이다.
- ~~(라)~~ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

- ①

~~(가)~~, ~~(나)~~
- ②

~~(가)~~, ~~(나)~~, ~~(다)~~
- ③

~~(나)~~, ~~(다)~~
- ④

~~(가)~~, ~~(나)~~, ~~(라)~~
- ⑤

~~(다)~~, ~~(라)~~

해설

- ~~(다)~~ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$
- ~~(라)~~ $x < 0$ 에서 x 값 증가, y 는 감소

5. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 점 $(3, 12)$ 를 지났다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼
평행이동한 식은 $y = ax^2 + 3$ 이고, 점 $(3, 12)$ 를 지나므로
 $12 = 9a + 3$ 이다.
 $\therefore a = 1$

6. 이차함수 $y = (x+2)^2 + 3$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-2)^2 + 3$

② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -(x+2)^2 - 3$

④ $y = -(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = (x+2)^2 + 3$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $y = -(x+2)^2 - 3$ 이다.

7. 다음 이차함수의 그래프를 같은 좌표평면에 그릴 때, 포물선의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = -x^2 + \frac{1}{4}$

③ $y = 2x^2 - x$

④ $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

⑤ $y = x^2 - 6x + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 절댓값이 가장 작은 것은 ④이다.

8. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 5$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표와 y 축과의 교점의 y 좌표를 구하면?
- ① x 의 좌표 : 2, 0 , y 의 좌표 : 0
- ② x 의 좌표 : -5, -1 , y 의 좌표 : -5
- ③ x 의 좌표 : 1, -3 , y 의 좌표 : $\frac{3}{2}$
- ④ x 의 좌표 : 1, 5 , y 의 좌표 : 5
- ⑤ x 의 좌표 : 0, 2 , y 의 좌표 : 0

해설

$y = 0$ 을 대입하면 $x^2 - 6x + 5 = 0$
 $(x - 1)(x - 5) = 0 \therefore x = 1$ 또는 $x = 5$
 $x = 0$ 을 대입하면 $y = 5$

9. 다음은 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이다.
- ㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ㉣ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.
- ㉤ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

$y = \frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 그래프를 y 축으로 -2 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0, -2)$ 이고 $\frac{1}{3} < 1$ 이므로 $y = x^2$ 그래프보다 폭이 넓다. 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 $\frac{1}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

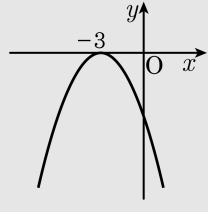
10. 이차함수 $y = -4(x + 3)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 범위는?

- ① $\{x \mid x < -3\}$ ② $\{x \mid x > -3\}$ ③ $\{x \mid x < 3\}$
④ $\{x \mid x > 3\}$ ⑤ $\{x \mid x \leq 3\}$

해설

꼭짓점의 좌표 : $(-3, 0)$

다음 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 범위는 $x < -3$



11. 이차함수 $y = 2(x + 1)^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 포물선의 식은?

① $y = 2(x + 2)^2 + 4$

② $y = -2(x + 3)^2 + 3$

③ $y = 2(x - 1)^2 + 3$

④ $y = -2(x - 1)^2 + 3$

⑤ $y = 2(x + 3)^2 + 3$

해설

$$y = 2(x + 1 + 2)^2 - 1 + 4$$

$$\therefore y = 2(x + 3)^2 + 3$$

12. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$

② $x < -4$

③ $x < 4$

④ $x > 4$

⑤ $x > -5$

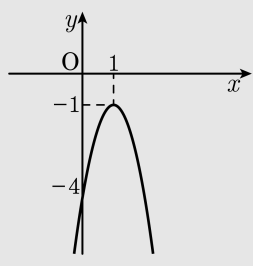
해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$
꼭짓점이 $(4, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래피므로
 $x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

13. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제1, 2사분면 ② 제1, 4 사분면 ③ 제2, 3 사분면
④ 제2, 4 사분면 ⑤ 제3 사분면

해설



14. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\&= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\&= 3(x - 2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\&= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

15. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + ax + 3$ 의 그래프가 $(1, 4)$ 를 지난다고 한다. 이 때, x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하는 범위를 구하면?

- ① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x < -1$
④ $x > -2$ ⑤ $x < -3$

해설

$(1, 4)$ 를 대입하면 $a = \frac{2}{3}$ 이다.

$a = \frac{2}{3}$ 를 대입하면

$$y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x^2 + 2x) + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x+1)^2 + 3 - \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

따라서 $x < -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

16. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

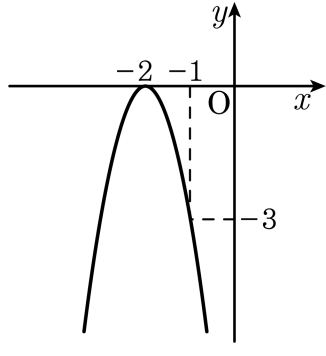
- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
- ④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.
- ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

- ① 꼭짓점은 (1, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
- ④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
- ⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 (1, 1) , y 절편이 3 인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

17. 다음 그림과 같은 포물선의 식으로 옳은 것은?



① $y = -2x^2 - 1$

② $y = -3x^2 + 2$

③ $y = -2(x + 2)^2$

④ $y = -3(x + 2)^2$

⑤ $y = 2(x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 한 점 $(-1, -3)$ 을 지나므로

$y = a(x + 2)^2$ 에 점 $(-1, -3)$ 을 대입하면

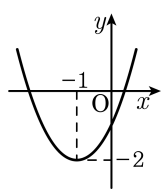
$$-3 = a(-1 + 2)^2$$

$$\therefore a = -3$$

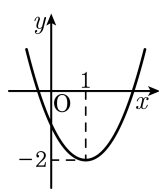
$$\therefore y = -3(x + 2)^2$$

18. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 의 그래프라 할 수 있는 것은?

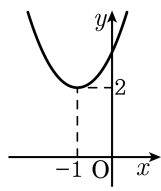
①



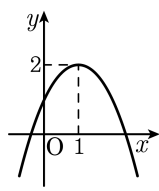
②



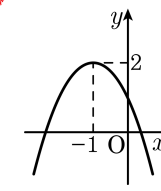
③



④



⑤



해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x + 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

19. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.

$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로

$$0 = -8 - 2b + c, \quad -16 = c$$

$$0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$$

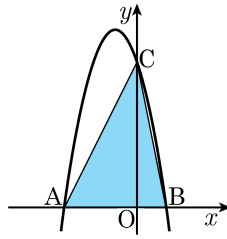
$$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x + 3)^2 + 2$$

$$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x + 3)^2 + 21$$

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0$, $q = -19$ 이다.

$$\therefore p + q = 0 - 19 = -19$$

20. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라 하고 y 축과의 교점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

i) 점 A, B 는 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 x 절편이므로 $y = 0$ 이라 할 때

$$-x^2 - 3x + 10 = 0$$

$$(x + 5)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 2$$

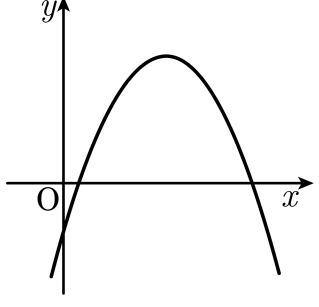
따라서 A 의 좌표는 $(-5, 0)$ 이고 B 의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.

ii) 점 C 는 $y = -x^2 - 3x + 10$ 의 y 절편이므로 $x = 0$ 이라 하면 $y = 10$ 이다.

따라서 C 의 좌표는 $(0, 10)$ 이다.

$$\text{iii) } \triangle ABC = 7 \times 10 \times \frac{1}{2} = 35$$

21. 다음 이차함수 $y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프에서 a, b, c 의 부호는?



- ① $a < 0, b > 0, c < 0$

② $a > 0, b < 0, c > 0$

③ $a < 0, b < 0, c > 0$

④ $a < 0, b > 0, c > 0$

⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $-ab < 0$
따라서 $b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $-c < 0$
따라서 $c > 0$

22. 좌표평면 위의 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}, -\frac{5}{2} \leq y \leq \frac{1}{2}$ 의 영역에서 x, y 좌표가 모두 정수인 점 중 3개를 지나는 서로 다른 이차함수의 그래프는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 14개

해설

주어진 범위에서 x 좌표가 될 수 있는 정수는 0, 1, 2이고 y 좌표가 될 수 있는 정수는 $-2, -1, 0$ 이다. 포물선이 아래로 볼록한 경우에 아래 그림과 같이 모두 7개를 그릴 수 있다.

포물선이 위로 볼록한 경우도 마찬가지로 7개의 포물선을 그릴 수 있다. 따라서 구하는 포물선의 개수는 14개이다.

23. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k > \frac{9}{8}$ ② $k > \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{2}$ ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = (-3)^2 - 4k > 0$$

$$9 - 4k > 0$$

$$\therefore k < \frac{9}{4}$$

24. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만난다고 한다. k 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

x 축과 한 점에서 만나려면
 $y = a(x - p)^2$ 꼴이 되어야 한다.
 $y = 2x^2 + 4x + k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + k$
 $= 2(x + 1)^2 - 2 + k$
 $\therefore -2 + k = 0, k = 2$

해설

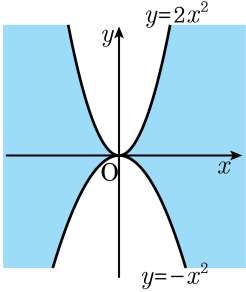
$2x^2 + 4x + k = 0$ 이 중근을 가지므로 판별식 $D = 0$ 이다.
 $D = 4^2 - 8k = 0$
 $\therefore k = 2$

25. 다음 그림은 두 이차함수 $y = 2x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프이다. 다음 이차함수의 그래프 중 이 두 그래프 사이의 색칠된 부분에 있지 않은 것을 고르면?

- ① $y = \frac{3}{2}x^2$

② $y = -\frac{3}{2}x^2$
- ③ $y = \frac{1}{2}x^2$

④ $y = -\frac{1}{2}x^2$
- ⑤ $y = x^2$



해설

$a > 0$ 일 때, a 의 절댓값이 2보다 작은 그래프
 $a < 0$ 일 때, a 의 절댓값이 1보다 작은 그래프
 두 조건에 의해서 만족하지 않는 그래프는 ②이다.