

1. 다음 이차방정식 $16x^2 - 24x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

② $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{3}{4}$

③ $x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

④ $x = \frac{1}{4}$ (중근)

⑤ $x = \frac{3}{4}$ (중근)

해설

$$16x^2 - 24x + 9 = 0$$

$$(4x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{4} \text{ (중근)}$$

2. x 에 대한 이차방정식 $3(x-4)^2 = \frac{a}{2}$ 가 중근을 가진다고 할 때, 상수 a 의 값과 중근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

중근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식)=0 이므로

$$3(x-4)^2 = \frac{a}{2}, (x-4)^2 = \frac{a}{6}, a=0 \text{ 이다.}$$

또한 중근은 $x=4$ 이므로
 $0+4=4$

3. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 12x + 36 = 0$

② $x^2 = 10x - 25$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3)$

④ $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤ $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

① $(x + 6)^2 = 0$

② $(x - 5)^2 = 0$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3) \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④ $x^2 - 1 = 2x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 0$

4. 어떤 원의 반지름의 길이를 5cm 늘였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 6배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $1 + \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}\pi(x+5)^2 &= 5\pi x^2 \\ x^2 + 10x + 25 &= 5x^2 \\ 5x^2 - 10x - 25 &= 0 \\ x^2 - 2x - 5 &= 0 \\ x &= 1 + \sqrt{6} (\because x > 0)\end{aligned}$$

5. 이차함수 $y = x^2 + x - a$ 의 그래프가 두 점 $(3, 5)$, $(1, b)$ 를 지난다고 한다. 이때, a, b 의 값은?

① $a = 3, b = -7$

② $a = 5, b = -6$

③ $a = 7, b = -5$

④ $a = -7, b = -4$

⑤ $a = -5, b = -5$

해설

점 $(3, 5)$ 를 지나므로 $5 = 3^2 + 3 - a$, $a = 12 - 5 = 7 \therefore y = x^2 + x - 7$

점 $(1, b)$ 를 지나므로 $b = 1^2 + 1 - 7 = -5 \therefore b = -5$

따라서 $a = 7, b = -5$ 이다.

6. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 포물선은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

② $y = -3x^2$

③ $y = x^2 - 3$

④ $y = 2(x - 3)^2$

⑤ $y = 5x^2 + 2x + 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 절댓값이 큰 것을 찾는다.

7. 평행이동에 의하여 포물선 $y = 4x^2 + 2$ 의 그래프와 완전히 포개어지지 않는 것은?

① $y = 4(x - 1)^2$

② $y = 4x^2 - 1$

③ $y = 4x^2 - 2$

④ $y = 4(x + 1)^2 - 1$

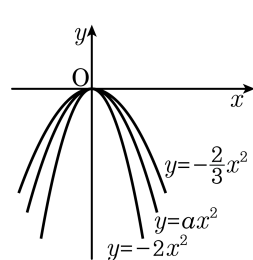
⑤ $y = -4x^2 + 2x + 3$

해설

이차항의 계수가 같지 않은 것을 찾는다.

8. 이차함수 $y = ax^2$, $y = -2x^2$, $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ $-\frac{1}{2}$
 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$



해설

$-2 < a < -\frac{2}{3}$ 이다.

9. 이차방정식 $x^2 + 3x - 10 + b = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}x &= 2 \text{ 일 때, } b = 0 \\x^2 + 3x - 10 &= 0 \\(x + 5)(x - 2) &= 0 \\\therefore x &= -5 \text{ 또는 } x = 2\end{aligned}$$

10. 이차방정식 $-x^2 + 2x + 8 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$-x^2 + 2x + 8 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\text{두 근의 합 } 4 + (-2) = 2$$

$$x^2 - 2x + a = 0 \text{ 에 } x = 2 \text{ 를 대입}$$

$$4 - 4 + a = 0, a = 0$$

11. 이차방정식 $2(x+k)^2 = m$ 의 근이 $x = 4 \pm \sqrt{5}$ 이다. 이때, $(k+m)^2$ 의 값을 구하여라.(단, k, m 은 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$2(x+k)^2 = m, (x+k)^2 = \frac{m}{2}$$

$$x = -k \pm \sqrt{\frac{m}{2}} = 4 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore k = -4, m = 10$$

$$\therefore (k+m)^2 = (-4+10)^2 = 36$$

12. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근 사이에 있는 정수의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{3 + \sqrt{13}}{2} = 3.\times\times\times$$

$$\frac{3 - \sqrt{13}}{2} = -0.\times\times\times$$

따라서 정수의 개수는 0, 1, 2, 3 의 4 개이다.

13. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근 중 큰 근을 p 라 하면 $n-1 < p < n$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3x^2 - 3x - 5 = 0$ 를 풀면

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{69}}{6}$$

따라서 $p = \frac{3 + \sqrt{69}}{6}$

$$8 < \sqrt{69} < 9$$

$$11 < 3 + \sqrt{69} < 12$$

$$\frac{11}{6} < \frac{3 + \sqrt{69}}{6} < 2 \text{ 이므로 } n = 2 \text{ 이다.}$$

14. $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 + 3) - 54 = 0$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$a^2 + b^2 = X \text{ 라 하면, } X(X + 3) - 54 = 0$$

$$X^2 + 3X - 54 = (X - 6)(X + 9) = 0$$

$$X \geq 0 \text{ 이므로 } X = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6$$

15. 연속하는 세 홀수의 제곱의 합이 251 일 때, 가장 큰 수는?

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

해설

연속하는 세 홀수를 각각 $x-2$, x , $x+2$ 라 하면

$$(x-2)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 251$$

$$3x^2 + 8 = 251$$

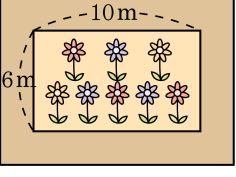
$$3x^2 = 243$$

$$x^2 = 81$$

$$\therefore x = 9$$

따라서 가장 큰 수는 11 이다.

16. 가로, 세로의 길이가 각각 6m, 10m 인 직사각형 모양의 화단이 있다. 이 화단의 둘레에 폭이 일정하고, 넓이가 80 m^2 인 길을 만들려고 할 때, 길의 폭을 몇 m로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 2m

해설

도로의 폭을 x m 라 하면 전체 땅의 넓이는 가로의 길이가 $(2x + 10)$ m , 세로의 길이가 $(2x + 6)$ m 의 곱이다.
(길의 넓이) = (큰 직사각형 넓이) - (화단의 넓이) 이므로
 $(2x + 10)(2x + 6) - (6 \times 10) = 80$
 $4x^2 + 32x - 80 = 0$
 $x^2 + 8x - 20 = 0$
 $(x - 2)(x + 10) = 0$
 $\therefore x = 2$ m (단, $x > 0$)

17. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + m$ 의 그래프가 제2 사분면을 제외한 모든 사분면을 지나도록 하는 m 의 값의 범위는?

① $m > -9$

② $-9 < m \leq 0$

③ $m \geq 0$

④ $0 \leq m < 9$

⑤ $m > 9$

해설

$$y = -(x-3)^2 + m + 9$$

꼭짓점이 제1 사분면에 있고, y 절편이 음수여야 하므로

$$m \leq 0$$

$$m + 9 > 0$$

$$\therefore -9 < m \leq 0$$

18. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 = \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha$$

$$\therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} = \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10$$

19. 한 원 위에 $n+1$ 개의 점을 잡아 $n+1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 44 개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = 44 \text{이므로}$$

$$n^2 - n - 90 = 0$$

$$(n+9)(n-10) = 0$$

$$\therefore n = 10 \text{ } (\because n > 0)$$

20. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

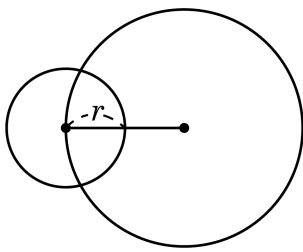
▶ 답 : 명

▶ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,
 $x(x - 7) = 30$
 $x^2 - 7x - 30$
 $(x - 10)(x + 3) = 0$
 $\therefore x = 10$ ($\because x$ 는 자연수)

21. 다음 그림과 같이 반지름이 r 인 원과 반지름이 이 원의 두 배인 원이 겹치고 있다. 겹치지 않는 부분의 넓이의 차가 12π 라고 할 때, 반지름 r 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

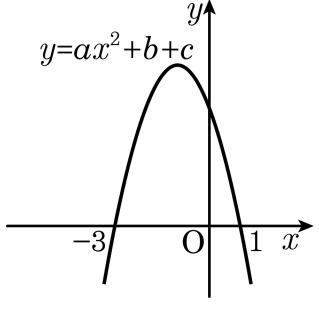
겹치는 부분은 두 원 모두에 있는 부분이므로, 겹치지 않는 부분의 넓이의 차는 두 원의 넓이의 차와 같다.

따라서 식으로 나타내면 $(2r)^2\pi - r^2\pi = 12\pi$ 이다.

$$r^2 - 4 = 0$$

$$\therefore r = 2 \quad (\because r > 0)$$

22. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



- ①

$abc > 0$
- ②

$a + b + c > 0$
- ③

$9a - 3b + c < 0$
- ④

$a - b + c < 4a + 2b + c$
- ⑤

$b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$
① $abc > 0$
② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$
③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$
④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$
이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$
⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

23. 두 자리 자연수인 상수 m, n 에 대하여 이차방정식 $x^2 + mx + 9n = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값을 최대로 하는 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$$D = m^2 - 4 \times 9n = 0$$

$$m^2 = 36n$$

$$\therefore m = 6\sqrt{n} \quad (\because m, n \text{ 은 자연수이다.})$$

따라서 m 이 최대가 되는 두 자리의 자연수 $n = 81$ 이다.

$$\therefore m = 54 \text{ 의 최댓값을 가질 때, } n = 81 \text{ 이다.}$$

24. 이차방정식 $\frac{a-3}{2}x^2 + ax + a + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 정수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\frac{a-3}{2}x^2 + ax + a + 2 = 0$ 에서

$(a-3)x^2 + 2ax + 2a + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - (a-3)(2a+4) > 0$$

$$a^2 - 2a - 12 < 0$$

$$\therefore 1 - \sqrt{13} < a < 1 + \sqrt{13} \text{ (단, } a \neq 3 \text{)}$$

$$\therefore 1 - \sqrt{13} < a < 3 \text{ 또는 } 3 < a < 1 + \sqrt{13}$$

이때 정수 a 의 최솟값은 $1 - \sqrt{13} < -2$ 이므로 $a = -2$ 이다.

25. $y = 2(x - 3)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 , y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동 한 이차함수의 그래프 위에 두 점 A(2, 8), B(a , b) 의 y 축에 대하여 대칭인 점을 각각 C, D 라 하고, 원점을 O 라 한다. $\triangle ABC$ 와 $\triangle BOD$ 의 넓이의 비가 $2 : a^2$ 일 때, a 의 값을 구하면? (단, $0 < a < 2$)

$$\textcircled{1} \ a = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\textcircled{3} \ a = \frac{-1 + \sqrt{10}}{2}$$

$$\textcircled{5} \ a = \frac{2}{3}$$

$$\textcircled{2} \ a = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$\textcircled{4} \ a = \frac{-1 - \sqrt{10}}{2}$$

해설

$y = 2(x - 3)^2 - 5$ 의 그래프를 평행이동하면 $y = 2x^2$ 이다. 점 A(2, 8) 의 y 축에 대하여 대칭인 점 C 의 좌표는 (-2, 8) 이고, 점 B(a , b) 의 y 축에 대하여 대칭인 점 D 의 좌표는 (- a , b) 이다. 이 때, $\triangle ABC$ 의 $\overline{AC}$ 를 밑변, 점 A, B 의 y 좌표의 차를 높이로

$$\text{하면 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (8 - b)$$

이 식에 $b = 2a^2$ 을 대입하면 ($\because (a, b)$ 는 $y = 2x^2$ 위의 점)

$$\frac{1}{2} \times 4 \times (8 - 2a^2) = 4(4 - a^2)$$

$$\text{또한, } \triangle BOD = \frac{1}{2} \times 2a \times 2a^2 = 2a^3$$

$$\triangle ABC \text{ 와 } \triangle BOD \text{ 의 넓이의 비가 } 2 : a^2 \text{ 이므로 } 4(4 - a^2) : 2a^3 = 2 : a^2$$

$$\therefore a^2(4 - a^2) = a^3, a^2 + a - 4 = 0 \text{ 에서 } a = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{여기서 } 0 < a < 2 \text{ 이므로 } a = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$