1. 다음 이차방정식 $16x^2 - 24x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

② $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{3}{4}$

③ $x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

④ $x = \frac{1}{4}$ (중근)

⑤ $x = \frac{3}{4}$ (중근)

해설

$16x^2 - 24x + 9 = 0$

$(4x - 3)^2 = 0$

$\therefore x = \frac{3}{4}$(중근)

2. x 에 대한 이차방정식 $3(x-4)^2 = \frac{a}{2}$ 가 중근을 가진다고 할 때, 상수 a 의 값과 중근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

중근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식)$= 0$ 이므로
$3(x-4)^2 = \frac{a}{2}$, $(x-4)^2 = \frac{a}{6}$, $a = 0$ 이다.
또한 중근은 $x = 4$ 이므로
$0 + 4 = 4$

3. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 12x + 36 = 0$ ② $x^2 = 10x - 25$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3)$ ④ $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤ $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

① $(x + 6)^2 = 0$

② $(x - 5)^2 = 0$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3) \leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④ $x^2 - 1 = 2x - 2 \leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 0$

4. 어떤 원의 반지름의 길이를 5cm 늘였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의 6 배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $1 + \sqrt{6}$

해설

$\pi(x+5)^2 = 5\pi x^2$

$x^2 + 10x + 25 = 6x^2$

$5x^2 - 10x - 25 = 0$

$x^2 - 2x - 5 = 0$

$x = 1 + \sqrt{6} (\because x > 0)$

5. 이차함수 $y = x^2 + x - a$ 의 그래프가 두 점 $(3,\ 5)$, $(1,\ b)$ 를 지난다고 한다. 이때, a, b 의 값은?

① $a = 3,\ b = -7$

② $a = 5,\ b = -6$

③ $a = 7,\ b = -5$

④ $a = -7,\ b = -4$

⑤ $a = -5,\ b = -5$

해설

점 $(3,\ 5)$ 를 지나므로 $5 = 3^2 + 3 - a,\ \ a = 12 - 5 = 7 \ \ \therefore\ y = x^2 + x - 7$

점 $(1,\ b)$ 를 지나므로 $b = 1^2 + 1 - 7 = -5 \ \ \therefore b = -5$

따라서 $a = 7,\ b = -5$ 이다.

6. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 포물선은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

② $y = -3x^2$

③ $y = x^2 - 3$

④ $y = 2(x-3)^2$

⑤ $y = 5x^2 + 2x + 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 절댓값이 큰 것을 찾는다.

7. 평행이동에 의하여 포물선 $y = 4x^2 + 2$ 의 그래프와 완전히 포개어지지 않는 것은?

① $y = 4(x-1)^2$

② $y = 4x^2 - 1$

③ $y = 4x^2 - 2$

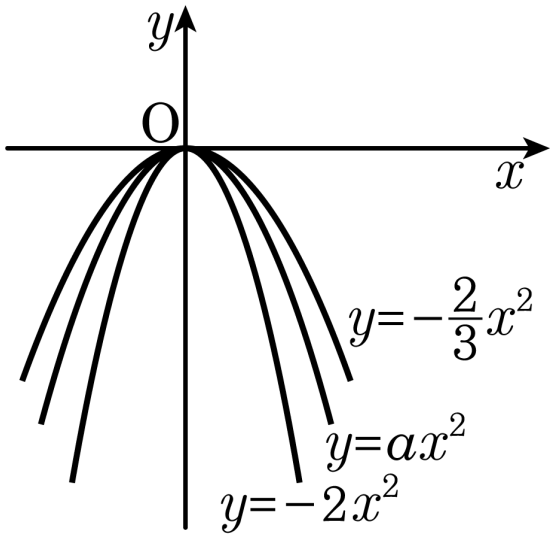
④ $y = 4(x+1)^2 - 1$

⑤ $y = -4x^2 + 2x + 3$

해설

이차항의 계수가 같지 않은 것을 찾는다.

8. 이차함수 $y = ax^2$, $y = -2x^2$, $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?



① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{4}$ ③ $-\frac{1}{2}$
④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$-2 < a < -\frac{2}{3}$ 이다.

9. 이차방정식 $x^2 + 3x - 10 + b = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$x = 2$ 일 때, $b = 0$

$x^2 + 3x - 10 = 0$

$(x + 5)(x - 2) = 0$

$\therefore\ x = -5$ 또는 $x = 2$

10. 이차방정식 $-x^2+2x+8=0$ 의 두 근의 합이 $x^2-2x+a=0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$-x^2+2x+8=0$

$x^2-2x-8=0$

$(x-4)(x+2)=0$

$x=4$ 또는 $x=-2$

두 근의 합 $4+(-2)=2$

$x^2-2x+a=0$ 에 $x=2$ 를 대입

$4-4+a=0,\ a=0$

11. 이차방정식 $2(x+k)^2 = m$ 의 근이 $x = 4 \pm \sqrt{5}$ 이다. 이때, $(k+m)^2$ 의 값을 구하여라.(단, k, m은 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$2(x+k)^2 = m$, $(x+k)^2 = \frac{m}{2}$

$x = -k \pm \sqrt{\frac{m}{2}} = 4 \pm \sqrt{5}$

$\therefore k = -4$, $m = 10$

$\therefore (k+m)^2 = (-4+10)^2 = 36$

12. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근 사이에 있는 정수의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+4}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{3 + \sqrt{13}}{2} = 3.\times\times$$

$$\frac{3 - \sqrt{13}}{2} = -0.\times\times$$

따라서 정수의 개수는 0, 1, 2, 3 의 4 개이다.

13. 이차방정식 $3x^2-3x-5=0$ 의 두 근 중 큰 근을 p 라 하면 $n-1<p<n$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3x^2-3x-5=0$ 를 풀면

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{69}}{6}$

따라서 $p=\dfrac{3+\sqrt{69}}{6}$

$8<\sqrt{69}<9$

$11<3+\sqrt{69}<12$

$\dfrac{11}{6}<\dfrac{3+\sqrt{69}}{6}<2$ 이므로 $n=2$ 이다.

14. $(a^2+b^2)(a^2+b^2+3)-54=0$ 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$a^2+b^2=X$ 라 하면, $X(X+3)-54=0$

$X^2+3X-54=(X-6)(X+9)=0$

$X \geq 0$ 이므로 $X=6$

$\therefore\ a^2+b^2=6$

15. 연속하는 세 홀수의 제곱의 합이 251 일 때, 가장 큰 수는?

① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

해설

연속하는 세 홀수를 각각 $x-2,\ x,\ x+2$ 라 하면

$(x-2)^2 + x^2 + (x+2)^2 = 251$

$3x^2 + 8 = 251$

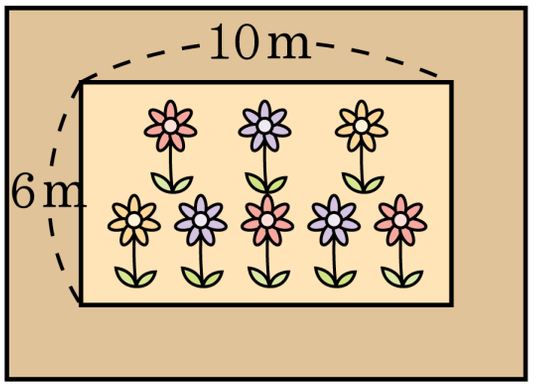
$3x^2 = 243$

$x^2 = 81$

$\therefore x = 9$

따라서 가장 큰 수는 11 이다.

16. 가로, 세로의 길이가 각각 6m, 10m 인 직사각형 모양의 화단이 있다. 이 화단의 둘레에 폭이 일정하고, 넓이가 $80\,\mathrm{m}^2$ 인 길을 만들려고 할 때, 길의 폭을 몇 m로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답 : _____ m

▷ 정답 : $2\,\mathrm{m}$

해설

도로의 폭을 $x\,\mathrm{m}$ 라 하면 전체 땅의 넓이는 가로의 길이가 $(2x+10)\mathrm{m}$, 세로의 길이가 $(2x+6)\,\mathrm{m}$ 의 곱이다.

(길의 넓이) = (큰 직사각형 넓이) – (화단의 넓이) 이므로

$(2x+10)(2x+6)-(6\times10)=80$

$4x^2+32x-80=0$

$x^2+8x-20=0$

$(x-2)(x+10)=0$

$\therefore\ x=2\,\mathrm{m}$ (단, $x>0$)

17. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + m$ 의 그래프가 제2 사분면을 제외한 모든 사분면을 지나도록 하는 m 의 값의 범위는?

① $m > -9$ ② $-9 < m \leq 0$ ③ $m \geq 0$

④ $0 \leq m < 9$ ⑤ $m > 9$

해설

$y = -(x-3)^2 + m + 9$

꼭짓점이 제1 사분면에 있고, y 절편이 음수여야 하므로

$m \leq 0$

$m + 9 > 0$

$\therefore -9 < m \leq 0$

18. α 가 $x^2+2x=10$ 을 만족할 때, $\dfrac{\alpha^3+2\alpha^2+20}{\alpha+2}$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\alpha^3+2\alpha^2=\alpha(\alpha^2+2\alpha)=10\alpha$

$\therefore \dfrac{10\alpha+20}{\alpha+2}=\dfrac{10(\alpha+2)}{\alpha+2}=10$

19. 한 원 위에 $n+1$ 개의 점을 잡아 $n+1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 44 개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$\dfrac{(n+1)(n-2)}{2} = 44$ 이므로

$n^2 - n - 90 = 0$

$(n+9)(n-10) = 0$

$\therefore n = 10 \ (\because n > 0)$

20. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,

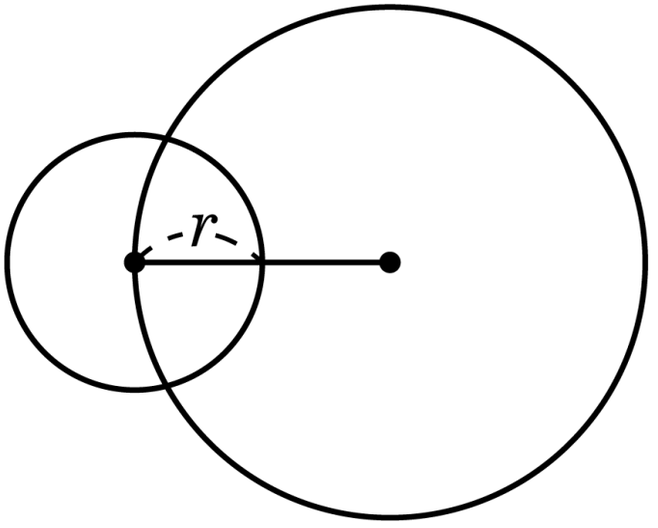
$x(x-7)=30$

$x^2-7x-30$

$(x-10)(x+3)=0$

$\therefore x=10$ ($\because x$ 는 자연수)

21. 다음 그림과 같이 반지름이 r 인 원과 반지름이 이 원의 두 배인 원이 겹치고 있다. 겹치지 않는 부분의 넓이의 차가 12π 라고 할 때 , 반지름 r 의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

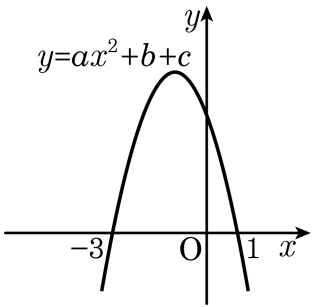
겹치는 부분은 두 원 모두에 있는 부분이므로, 겹치지 않는 부분의 넓이의 차는 두 원의 넓이의 차와 같다.

따라서 식으로 나타내면 $(2r)^2\pi - r^2\pi = 12\pi$ 이다.

$r^2 - 4 = 0$

$\therefore\ r = 2\ (\because r > 0)$

22. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $abc > 0$
② $a + b + c > 0$
③ $9a - 3b + c < 0$
④ $a - b + c < 4a + 2b + c$
⑤ $b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$
① $abc > 0$
② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$
③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$
④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$ 이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$
⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

23. 두 자리 자연수인 상수 m, n 에 대하여 이차방정식 $x^2 + mx + 9n = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값을 최대로 하는 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$D = m^2 - 4 \times 9n = 0$

$m^2 = 36n$

$\therefore\ m = 6\sqrt{n}$ ($\because$ m, n 은 자연수이다.)

따라서 m 이 최대가 되는 두 자리의 자연수 $n = 81$ 이다.

$\therefore\ m = 54$ 의 최댓값을 가질 때, $n = 81$ 이다.

24. 이차방정식 $\frac{a-3}{2}x^2 + ax + a + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 정수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\frac{a-3}{2}x^2 + ax + a + 2 = 0$ 에서

$(a-3)x^2 + 2ax + 2a + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지므로

$\frac{D}{4} = a^2 - (a-3)(2a+4) > 0$

$a^2 - 2a - 12 < 0$

$\therefore\ 1 - \sqrt{13} < a < 1 + \sqrt{13}$ (단, $a \neq 3$)

$\therefore\ 1 - \sqrt{13} < a < 3$ 또는 $3 < a < 1 + \sqrt{13}$

이때 정수 a 의 최솟값은 $1 - \sqrt{13} < -2.\times\times$ 이므로 $a = -2$ 이다.

25. $y = 2(x-3)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 , y축의 방향으로 5 만큼 평행이동 한 이차함수의 그래프 위에 두 점 A(2, 8), B(a, b) 의 y 축에 대하여 대칭인 점을 각각 C , D 라 하고, 원점을 O 라 한다. △ABC 와 △BOD 의 넓이의 비가 2 : a^2 일 때, a 의 값을 구하면? (단, $0 < a < 2$)

① $a = \dfrac{-1-\sqrt{17}}{2}$ ② $a = \dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$

③ $a = \dfrac{-1+\sqrt{10}}{2}$ ④ $a = \dfrac{-1-\sqrt{10}}{2}$

⑤ $a = \dfrac{2}{3}$

해설

$y = 2(x-3)^2 - 5$ 의 그래프를 평행이동하면 $y = 2x^2$ 이다. 점 A(2,8) 의 y 축에 대하여 대칭인 점 C 의 좌표는 $(-2, 8)$ 이고, 점 B(a, b) 의 y 축에 대하여 대칭인 점 D 의 좌표는 $(-a, b)$ 이다. 이 때, △ABC 의 $\overline{AC}$ 를 밑변, 점 A, B 의 y 좌표의 차를 높이로 하면 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 4 \times (8-b)$

이 식에 $b = 2a^2$ 을 대입하면 ($\because$ (a, b) 는 $y = 2x^2$ 위의 점)

$\dfrac{1}{2} \times 4 \times (8 - 2a^2) = 4(4 - a^2)$

또한, $\triangle BOD = \dfrac{1}{2} \times 2a \times 2a^2 = 2a^3$

△ABC 와 △BOD 의 넓이의 비가 $2 : a^2$ 이므로 $4(4-a^2) : 2a^3 = 2 : a^2$

$\therefore a^2(4-a^2) = a^3, a^2 + a - 4 = 0$ 에서 $a = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

여기서 $0 < a < 2$ 이므로 $a = \dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$