

1. 다음 보기 중 x 에 대한 이차방정식인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ $(x+1)(x-3)=0$

㉡ x^2-2x+3

㉢ $x(2-x)=1-2x^2$

㉣ $4x-6=0$

㉤ $a^2-2a=3$

㉥ $x(x-1)=x^2$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

- ㉠ 정리하면 $x^2-2x-3=0$: x 에 대한 이차방정식이다.
- ㉡ x 에 대한 이차식이다.
- ㉢ 정리하면 $x^2+2x-1=0$: x 에 대한 이차방정식이다.
- ㉣ x 에 대한 일차방정식이다.
- ㉤ a 에 대한 이차방정식이다.
- ㉥ 정리하면 $-x=0$: x 에 대한 일차방정식이다.

2. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $x^2 - 5x + 6 = 0$

② $x^2 - x - 6 = 0$

③ $(x - 1)^2 = 8$

④ $x^2 = 5$

⑤ $(x - 1)(x + 5) = 0$

해설

① $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3) = 0$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = 3$

3. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -x^2 + 2x + 5$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

x 에 2 를 대입한다.

$$f(2) = -4 + 4 + 5 = 5$$

4. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ 의 y 의 값의 범위는?

- ① $y \geq 1$ ② $y \leq 1$ ③ $y \geq -2$
④ $y \leq -2$ ⑤ $y \geq 0$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.

5. 이차함수 $y = (4 - x)(x - 2)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① (1, 1) ② (2, 1) ③ (3, 1) ④ (4, 1) ⑤ (5, 1)

해설

$$\begin{aligned} y &= (4 - x)(x - 2) = 4x - 8 - x^2 + 2x \\ &= -x^2 + 6x - 8 = -(x^2 - 6x) - 8 \\ &= -(x - 3)^2 + 1 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 (3, 1) 이다.

6. 다음 이차방정식 중에서 서로 다른 두 개의 근을 갖는 것은?

① $x^2 - 2x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 + x + 2 = 0$

④ $x^2 - 4x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

① $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$: 중근

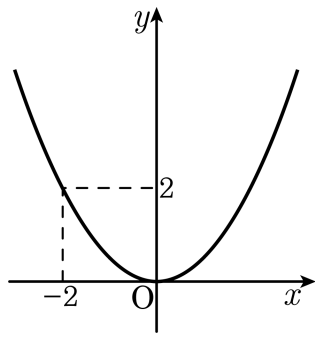
② $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$: 중근

③ $D = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 < 0$: 근이 없다.

④ $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$: 근이 없다.

⑤ $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$: 서로 다른 두 근

7. 다음 그림과 같이 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



① $y = \frac{1}{4}x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = \frac{3}{4}x^2$

④ $y = \frac{3}{2}x^2$

⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-2, 2)$ 를 지나므로

$$2 = a \times (-2)^2, \quad 4a = 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

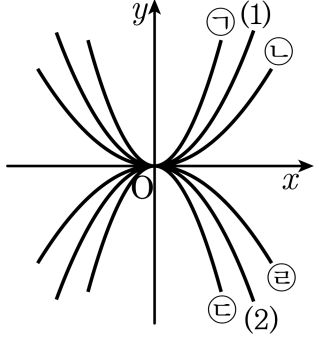
따라서 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

8. 다음 중 $y = x^2$ 의 그래프와 $y = -x^2$ 의 공통점인 것을 모두 고르면?
(정답 2 개)
- ① 원점을 지난다.
 - ② 아래로 볼록하다.
 - ③ y 축에 대하여 대칭이다.
 - ④ 그래프가 제 1 사분면을 지난다.
 - ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

x^2 의 계수가 양수면 아래로 볼록, 음수면 위로 볼록하다.

9. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이고, $y = x^2 \cdots (1)$, $y = -x^2 \cdots (2)$ 이다. 이 때, $y = -\frac{3}{5}x^2$ 의 그래프로 적당한 것은?



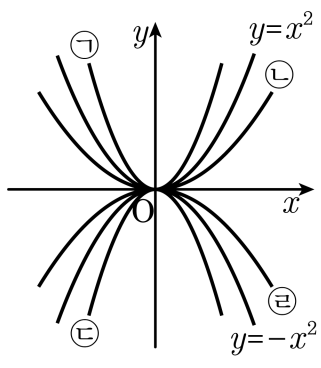
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉔

해설

위로 볼록하고, $y = -x^2$ 보다 폭이 넓다.

10. 다음 그림에서 $y = -2x^2$ 에 해당하는 그래프는?



▶ 답 :

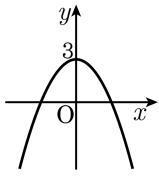
▷ 정답 : ㉣

해설

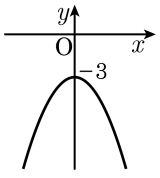
위로 볼록하고, $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

11. 다음 중 $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2$ 의 그래프는?

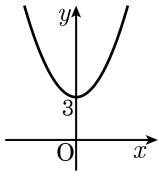
①



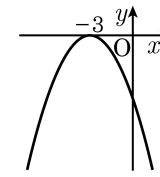
②



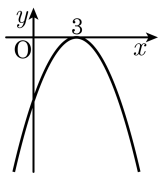
③



④



⑤

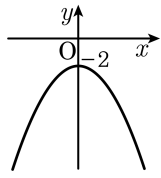


해설

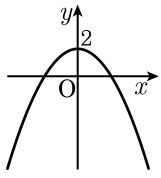
꼭짓점의 좌표가 $(-3, 0)$ 이며, 위로 볼록한 포물선이다.

12. 다음 중 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프는?

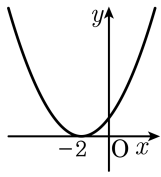
①



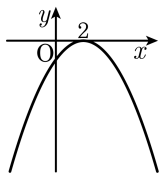
②



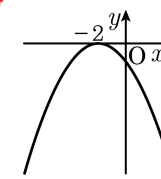
③



④



⑤



해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 위로 볼록한 모양의 포물선이다.

13. $y = -3(x - 2)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 식의 x^2 의 계수는?

① 3 ② -3 ③ 6 ④ -6 ⑤ -18

해설

그래프를 평행이동했을 때 이차항의 계수는 변하지 않는다.

14. 평행이동에 의하여 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어지지 않는 것은?

① $y = \frac{1}{2}(x-1)^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

② $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

④ $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

15. 이차방정식 $ax^2 - (a-3)x + 2 - a^2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$a + (a - 3) + 2 - a^2 = 0$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$(a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

16. 이차방정식 $x^2 + 3x - 10 + b = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}x &= 2 \text{ 일 때, } b = 0 \\x^2 + 3x - 10 &= 0 \\(x + 5)(x - 2) &= 0 \\\therefore x &= -5 \text{ 또는 } x = 2\end{aligned}$$

17. 이차방정식 $2x^2 + 6x - a = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 다른 한 근의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 3$ 을 주어진 식에 대입하면
 $18 + 18 - a = 0$
 $\therefore a = 36$
 $2x^2 + 6x - 36 = 0, (2x + 12)(x - 3) = 0$
 $(x + 6)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = -6$ 또는 $x = 3$
따라서 다른 한 근은 3 이다.

18. 두 이차방정식 $2x^2 + mx - 3 = 0$, $x^2 + x + n = 0$ 의 공통인 해가 $x = -3$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

① -11 ② -1 ③ 1 ④ 8 ⑤ 11

해설

$x = -3$ 이므로 -3 은 두 방정식의 공통인 해이다.

$x = -3$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$18 - 3m - 3 = 0 \text{ 이므로 } m = 5$$

$$9 - 3 + n = 0 \text{ 이므로 } n = -6$$

$$\therefore m + n = -1$$

19. 이차방정식 $2x^2 - (k+3)x + 2k = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 값 들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - (k+3)x + 2k &= 2(x-a)^2 \\ &= 2x^2 - 4ax + 2a^2 \end{aligned}$$

$$k+3 = 4a, \quad 2a^2 = 2k$$

$$(k+3)^2 = 16k$$

$$k^2 - 10k + 9 = 0$$

$$\therefore k = 1, \quad k = 9$$

$$(k \text{의 값의 곱}) = 1 \times 9 = 9$$

20. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점이 (0, 0)인 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 축의 방정식은 $y = 0$ 이다.
- ④ x 가 증가함에 따라 $x < 0$ 일 때, y 는 감소하고, $x > 0$ 일 때, y 는 증가한다.
- ⑤ 점 (-3, 9)를 지난다.

해설

③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

21. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

22. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 해가 정수일 때, 자연수 a 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 - 8x + a = 0$ 의 해 $x = 4 \pm \sqrt{16 - a}$ 가 정수이기 위해서는
근호 안의 수가 제곱수이어야 한다.

a 는 자연수이므로 $0 \leq 16 - a < 16$

$16 - a = 0, 1, 4, 9$

$\therefore a = 7, 12, 15, 16$

따라서 가장 큰 수는 $a = 16$ 이다.

23. $(x + y + 4)(x + y) = 12$ 일 때, $x + y$ 의 값의 합을 구하면?

- ① 2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ 10

해설

$A = x + y$ 라 하면
 $(A + 4)A = 12$
 $A^2 + 4A - 12 = 0$
 $(A - 2)(A + 6) = 0$
 $\therefore A = 2$ 또는 $A = -6$
따라서 $x + y$ 의 값의 합은 $2 + (-6) = -4$ 이다.

24. 두 이차방정식 $x^2 - 12x + a = 0$, $(x - b)^2 = 0$ 의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a + b$ 의 값은?

① 6 ② 12 ③ 24 ④ 36 ⑤ 42

해설

$x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고, $(x - b)^2 = 0$ 도 같은 근을 가진다.

따라서 $a = 36$, $b = 6$ 이므로

$a + b = 42$ 이다.

25. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

k 에 대해서 정리하면

$$(2a+1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{에 관한 항등식이므로 } 2a+1 = 0, \quad a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$