

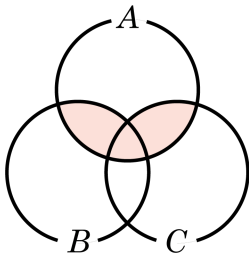
1. 집합 $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중 짝수만으로 이루어진 것의 개수는?

- ① 7개 ② 16개 ③ 28개 ④ 30개 ⑤ 31개

해설

짝수만으로 이루어진 부분집합은 집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 부분집합에서 공집합을 제외하면 되므로 $2^3 - 1 = 7(\text{개})$

2. 그림에서 색칠된 영역을 나타내는 집합으로 옳은 것은?



① $(A \cap B) \cap (A \cap C)$

② $(A \cup B) \cap (B \cup C)$

③ $A \cap (B \cup C)$

④ $A - (B \cap C)$

⑤ $A \cap B \cap C$

해설

B와 C의 합집합과 A의 교집합을 하면 주어진 벤 다이어그램을 얻을 수 있다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 28$, $n(B) = 35$, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cup B) = 28 + 35 - 0 = 63$$

4. 30명의 학생에게 A, B 두 문제를 풀게 했더니 A 를 푼 학생은 21명, B 를 푼 학생은 14명이며, A, B 를 모두 못푼 학생은 5명이었다. A, B 를 모두 푼 학생의 수는?

① 5명

② 10명

③ 15명

④ 7명

⑤ 17명

해설

$$n(U) = 30, n(A) = 21,$$

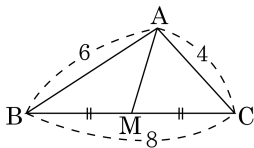
$$n(B) = 14, n(A^c \cap B^c) = 5 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) &= n(A \cup B)^c = n\{U - (A \cup B)\} \\ &= n(U) - n(A \cup B) = 5 \text{ 에서} \end{aligned}$$

$$n(A \cup B) = n(U) - 5 = 30 - 5 = 25$$

$$\begin{aligned} \therefore n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 21 + 14 - 25 = 10 \text{ (명)} \end{aligned}$$

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 4$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점이 M일 때, $\overline{AM}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

중선정리에 의하여

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2) \text{ 이므로}$$

$$6^2 + 4^2 = 2(\overline{AM}^2 + 4^2)$$

$$36 + 16 = 2\overline{AM}^2 + 32$$

$$\therefore \overline{AM}^2 = 10$$

6. $O(0, 0)$, $A(1, 2)$, $B(3, 2)$ 일 때, 평행사변형 $OABC$ 의 넓이를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

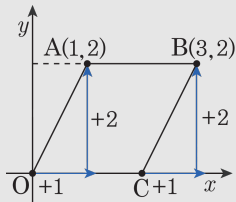
해설

$\overline{OA} \parallel \overline{CB}$, $\overline{OA} = \overline{CB}$ 이

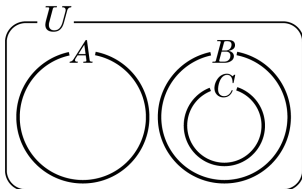
점 A 는 점 O 를 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 점 B 도 점 C 를 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

$$\therefore C = (2, 0)$$

따라서 밑변이 2, 높이가 2이므로
(넓이) $= 2 \times 2 = 4$



7. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $A \cap B = \emptyset$

② $B^c \subset C^c$

③ $(A \cup B) \subset C$

④ $B \subset A^c$

⑤ $A - B = A$

해설

③ $C \subset (A \cup B)$

8. 실수 x 에 대하여 명제 ' $ax^2 + a^2x - 6 \neq 0$ 이면 $x \neq 2$ 이다.' 가 참이기 위한 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.

즉, ' $x = 2$ 이면 $ax^2 + a^2x - 6 = 0$ 이다.' 가 참이므로

$$4a + 2a^2 - 6 = 0, \quad 2a^2 + 4a - 6 = 0,$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0, \quad (a + 3)(a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -3 \text{ 또는 } a = 1$$

따라서 a 의 값의 합은 $-3 + 1 = -2$

9. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab}$$

ab 와 $\frac{4}{ab}$ 가 양수이므로

$$ab + \frac{4}{ab} \geq 2 \cdot \sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}} = 4$$

$$\therefore ab + \frac{4}{ab} + 5 \geq 4 + 5 = 9$$

10. 두 실수 x, y 의 제곱의 합이 10일 때, $x + 3y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

코시-슈바르츠 부등식에 의해

$$(1^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 3y)^2$$

$$x^2 + y^2 = 10 \text{ 이므로 } 100 \geq (x + 3y)^2$$

$$\therefore -10 \leq x + 3y \leq 10$$

$$\therefore M = 10, m = -10$$

$$\therefore M - m = 10 - (-10) = 20$$

11. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 X 에 대하여, 집합 $B = \{2, 4, 7\}$, $B \cap X \neq \emptyset$ 일 때, 집합 X 의 개수를 구하라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24 개

해설

원소 개수가 n 개 인 집합의 부분집합 개수는 2^n 개 이다.

⇒ 집합 A 의 부분집합의 개수 : $2^5 = 32$

먼저 $B \cap X = \emptyset$ 인 경우를 계산해 보면 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합의 개수, 즉 $2^3 = 8$ 이 된다. ∴ $B \cap X \neq \emptyset$ 인 부분집합 X 의 개수는 $32 - 8 = 24$ (개)

12. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 11$, $n(B) = 13$, $n(C) = 10$, $n(A \cap B) = 4$, $n(B \cup C) = 17$, $A \cap C = \emptyset$ 일 때, $A \cup B \cup C$ 의 원소의 개수는?

① 12

② 17

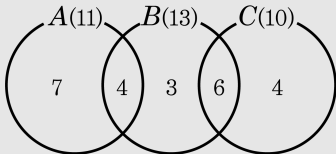
③ 24

④ 30

⑤ 34

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$$

13. 두 조건 $p : a - 4 < x \leq a + 5$, $q : |x| \leq 1$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 정수 a 의 개수는?

① 6개

② 7개

③ 8개

④ 9개

⑤ 10개

해설

p 가 q 이기 위한 필요조건이므로 $p \leftarrow q$ 가 참이 되어야 한다. p , q 의 진리집합을 각각 P , Q 라 하면 $Q \subset P$ 이므로 $q : -1 \leq x \leq 1$ 에서 $a + 5 \geq 1$, $a - 4 < -1$ 따라서 $a \geq -4$, $a < 3$ 이다.
즉, $-4 \leq a < 3$ 이므로 정수 a 의 개수는 7 개이다.