1. 이차방정식 $(2x+6)(x-1)=0$이 참이 되는 두 개의 근이 각각 a, b일 때, $a \times b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

해설

$2x+6=0$ 또는 $x-1=0$

$x=-3$ 또는 $x=1$

$\therefore\ a \times b = -3 \times 1 = -3$

2. 이차방정식 $3(x+3)^2=8$ 의 두 근의 합을 구하면?

① 18 ② 6 ③ 0 ④ −3 ⑤ −6

해설

$3(x+3)^2=8, (x+3)^2=\frac{8}{3}$

$x+3=\pm\sqrt{\frac{8}{3}}$

$\therefore x=-3\pm\sqrt{\frac{8}{3}}=-3\pm\frac{2\sqrt{6}}{3}$

$\therefore \left(-3+\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)+\left(-3-\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)=-6$

3. 다음은 이차방정식을 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 수가 아닌 것은?

$x^2+3x=2$
$x^2+3x+(\text{가})=2+(\text{나})$
$(x+(\text{다}))^{(\text{라})}=(\text{마})$

① (가) : $\frac{9}{4}$ ② (나) : $\frac{9}{4}$ ③ (다) : $\frac{3}{2}$
④ (라) : 2 ⑤ (마) : 5

해설

$x^2+3x+\frac{9}{4}=2+\frac{9}{4}$

$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{17}{4}$

따라서 (마)는 $\frac{17}{4}$ 이다.

4. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ② $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ③ $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{33}}{6}$

④ $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ ⑤ $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$

해설

$3x^2 - 3x - 2 = 0$ 에서 $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 를 이용하면 $a = 3$, $b = -3$, $c = -2$이므로

$x = \dfrac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \dfrac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ 이다.

5. 자연수 1에서 n까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$이다. 합이 153이 되려면 1부터 n까지를 더해야 한다고 할 때, n은?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 153$이므로

$n^2 + n - 306 = 0$

$(n-17)(n+18) = 0$

$\therefore\ n = 17\ (\because n > 0)$

6. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 3(x-2)^2 + 5 = 3x^2 - 12x + 17$
$a = 3,\ b = -12,\ c = 17$
$\therefore a + b + c = 3 - 12 + 17 = 8$

7. 이차함수 $y = 2(x-1)^2$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① $(0, -1)$ ② $(0, 1)$ ③ $(0, -2)$

④ $(0, 2)$ ⑤ $(0, 3)$

해설

y축과의 교점 ($x = 0$ 을 대입) 은

$y = 2 \times (0-1)^2 = 2$

$\therefore y$ 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$

8. 다음 중 $y = -2x^2 + 8x$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 원점

해설

$y = -2x^2 + 8x$
$y = -2(x-2)^2 + 8$
꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 8)$ 인 위로 볼록한 그래프이다.
또 원점 $(0,\ 0)$ 을 지난다.
따라서 $y = -2x^2 + 8x$ 의 그래프는 다음 그림과 같고, 제 2 사분면을 지나지 않는다.

9. 다음 중 $\frac{3}{4}$, -5 를 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x+\frac{3}{4}\right)(x+5)=0$ ② $(3x-4)(x-5)=0$

③ $(4x-3)(x+5)=0$ ④ $(3x-4)(x-5)=0$

⑤ $\left(x+\frac{3}{4}\right)(x-5)=0$

해설

$\frac{3}{4}$, -5 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ③이다.

10. 이차방정식 $0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 근을 k 라고 할 때, k 보다 크지 않은 최대의 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 양변에 10 을 곱하면

$2x^2 - 3x - 10 = 0$

$\therefore x = \dfrac{3 \pm \sqrt{89}}{4}$

따라서 $k = \dfrac{3 + \sqrt{89}}{4}$ 이므로 최대 정수는 3 이다.

11. $a,\ b$ 가 $(a-b)^2-3(a-b)-10=0,\ a+b=-3$ 을 만족할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, $a,\ b$ 는 모두 음수)

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$a-b=t$ 로 치환하면 $(t+2)(t-5)=0$

$t=-2$ 또는 $t=5$

i) $\begin{cases} a-b=5 \\ a+b=-3 \end{cases}$ 또는

ii) $\begin{cases} a-b=-2 \\ a+b=-3 \end{cases}$

i) 에서 $a=1,\ b=-4$ 이므로 a,b 가 음수라는 조건에 맞지 않다.

ii) 에서 $a=-\frac{5}{2},\ b=-\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{a}{b}=5$

12. 다음식이 x 에 관한 일차식이 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{3x^2+2x-(k-3)}{7}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{3}$

해설

$\frac{3}{7}x^2+\frac{2}{7}x-\frac{k-3}{7}=0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 7을 곱하면

$3x^2+2x-k+3=0$

$\frac{D}{4}=1-3\times(-k+3)=0$

$1+3k-9=0,\ 3k=8$

$\therefore\ k=\frac{8}{3}$

13. 이차방정식 $x^2-(k+2)x+1=0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 큰 값이 이차방정식 $x^2-ax+a^2-1=0$ 의 한 근일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2-(k+2)x+1=0$ 에서
$(k+2)^2-4=0$, $k^2+4k=0$
$k(k-4)=0$
$k=0,\ -4$
$x^2-ax+a^2-1=0$ 에 $x=0$ 을 대입하면
$a^2-1=0$
$a=\pm1$
$\therefore\ a=1\ (\because\ a>0)$

14. 지면에서 초속 40m 로 쏘아 올린 물체의 t초 후의 높이를 hm 라 할 때, $h = 40t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 지면으로 부터 높이가 60m 일 때는 물체를 쏘아 올린지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: 초

▷ 정답: 2 초

▷ 정답: 6 초

해설

$60 = 40t - 5t^2$

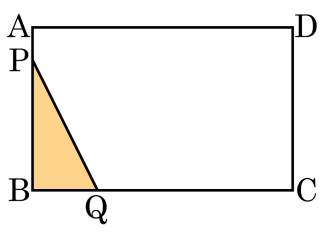
$5t^2 - 40t + 60 = 0$

$t^2 - 8t + 12 = 0$

$(t-2)(t-6) = 0$

$t = 2$ 또는 $t = 6$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 A 로부터 B 까지 매초 1cm 의 속력으로 움직이고, 점Q 는 변BC 위를 B 로부터 C 까지 매초 2cm 의 속력으로 움직이고 있다. P, Q 가 동시에 출발할 때, 몇 초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이가 16cm^2 가 되는가?

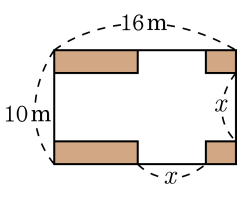


① 3 초 또는 5 초 ② 2 초 또는 8 초 ③ 5 초 또는 7 초
④ 2 초 또는 5 초 ⑤ 2 초 또는 7 초

해설

x 초 후의
$\overline{PB} = 10 - x, \overline{BQ} = 2x$
$\triangle PBQ = (10 - x) \cdot 2x \cdot \frac{1}{2} = 16$
$\rightarrow x^2 - 10x + 16 = 0 \rightarrow x = 2,\ 8$

16. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 16 m, 10 m인 직사각형 모양의 땅에 길을 만들려고 한다. 길을 제외한 땅의 넓이가 40 m^{2}일 때, x의 길이를 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 6 m

해설

길의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(16-x)$ m, 세로의 길이가 $(10-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$(16-x)(10-x)=40$

$x^2-26x+120=0$

$(x-6)(x-20)=0$

$\therefore\ x=6$(단, $0<x<10$)

17. 직선 $y = x + m$ 과 포물선 $y = x^2 + 3x + 3$ 이 한 점에서 만날 때, m 의 값을 구하면?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x + m = x^2 + 3x + 3$ 이 중근을 가진다.
$x^2 + 2x + 3 - m = 0$ 에서 $D/4 = 1^2 - (3 - m) = 0$
$\therefore\ m = 2$

18. 이차방정식 $x^2-8x+15=0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2-2x-35=0$ ② $x^2+2x-35=0$

③ $x^2-12x+35=0$ ④ $x^2+12x+35=0$

⑤ $x^2-4x-30=0$

해설

$x^2-8x+15=0$

$(x-5)(x-3)=0$

$a=5,\ b=3$

$\therefore a+2=7,\ b+2=5$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$(x-7)(x-5)=0$

$\therefore\ x^2-12x+35=0$

19. $x^2-3x+1=0$ 일 때, $x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$x^2-3x+1=0$ 의 양변을 x 로 나누면

$x-3+\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore\ x+\frac{1}{x}=3$

$x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2+\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=9-2+3=10$

20. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 (xy \neq 0)$ 일 때, $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 의 x, y의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답: $y = \frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0$ 에서 $(x - 3y)^2 = 0$

$\therefore x = 3y$

$x^2 = 9y^2$ 이므로 $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 에 대입하면

$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$

$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$

따라서 $x = \frac{3}{2}$, $y = \frac{1}{2}$ 이다.

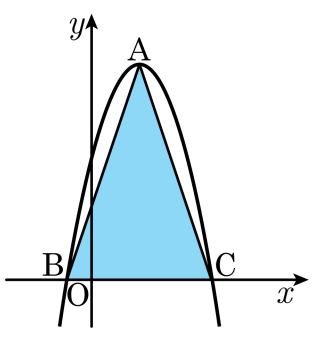
21. 4 월 중 2 박 3 일 동안 봉사활동을 하는데 봉사활동의 둘째 날의 날짜의 제곱은 나머지 2 일의 날짜의 합과 같다. 봉사활동이 끝나는 날의 날짜는?

① 4 월 1 일 ② 4 월 2 일 ③ 4 월 3 일
④ 4 월 4 일 ⑤ 4 월 5 일

해설

봉사활동을 하는 날을 $x-1,\ x,\ x+1$ 이라 하면
$x^2 = (x-1) + (x+1)$
$x^2 = 2x$
$x(x-2) = 0$
$x > 0$ 이므로 $x = 2$ (일)
따라서 봉사활동이 끝나는 날은 하루 뒤인 4 월 3 일이다.

22. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 두 점 B 와 C 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 15 ② 21 ③ 27 ④ 33 ⑤ 39

해설

$y = -x^2 + 4x + 5 = -(x-2)^2 + 9$ 에서 꼭짓점의 좌표는 A $(2, 9)$
$y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x + 5$, $x^2 - 4x - 5 = 0$ $(x-5)(x+1) = 0$
$\therefore x = 5$ 또는 $x = -1$
따라서 두 점 B , C 의 좌표는 B $(-1, 0)$, C $(5, 0)$ 이므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

23. 5 보다 큰 실수 a 가 $a(10-a)+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{10-a}=7$ 을 만족할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $5+\sqrt{23}$

▷ 정답: $5+2\sqrt{5}$

해설

$10-a=b$ 라 하면 $a+b=10$ 이므로

$ab+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=7$

$ab+\dfrac{a+b}{ab}=ab+\dfrac{10}{ab}=7$

양변에 ab 를 곱하면

$(ab)^2-7ab+10=0$

$(ab-2)(ab-5)=0$

$\therefore\ ab=2$ 또는 $ab=5$

i) $ab=2$ 일 때 $a+b=10$,

$ab=2$ 에서 $a,\ b$ 는 $m^2-10m+2=0$ 의 두 근이다.

$\therefore\ m=5\pm\sqrt{23}$

그런데 a 가 5 보다 큰 실수이므로 $a=5+\sqrt{23}$ 이다.

ii) $ab=5$ 일 때 $a+b=10$,

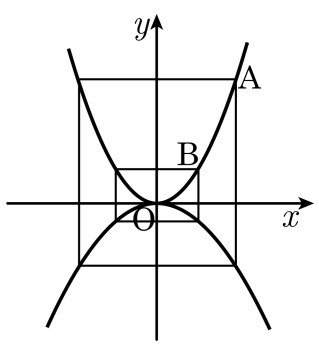
$ab=5$ 에서 $a,\ b$ 는 $n^2-10n+5=0$ 의 두 근이다.

$\therefore\ n=5\pm2\sqrt{5}$

그런데 a 가 5 보다 큰 실수이므로 $a=5+2\sqrt{5}$ 이다.

따라서 i), ii) 에 의하여 $a=5+\sqrt{23}$ 또는 $a=5+2\sqrt{5}$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$에 대하여 두 직사각형이 서로 다른 닮음이다. A의 x좌표를 a, B의 x좌표를 b라 할 때, ab의 값을 구하면?



① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{16}{9}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

서로 같지 않는 닮음 이므로 큰 사각형의 가로와 작은 사각형의 세로가 대응변이다.

그러므로 $2a : \frac{3}{2}a^2 = \frac{3}{2}b^2 : 2b$에서

$\frac{9}{4}a^2b^2 = 4ab$

$\therefore ab = \frac{16}{9}$

25. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$의 그래프가 점 $(1,\ 0)$을 지나고, 이 그래프와 y축에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ -5)$일 때, apq 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{75}{4}$

해설

$y = a(x-p)^2 + q$의 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ q)$
y 축 대칭하면 $(-p,\ q) = (-3,\ -5)$
$\therefore\ p = 3,\ q = -5$
$y = a(x-3)^2 - 5$의 그래프가 점 $(1,\ 0)$을 지나므로
$0 = a(1-3)^2 - 5$
$\therefore\ a = \frac{5}{4}$
$\therefore\ apq = \frac{5}{4} \times 3 \times (-5) = -\frac{75}{4}$