

1. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -3x^2$

② $y = x^2 - 3$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$

⑤ $y = 5x^2 + 2x + 3$

해설

x^2 의 계수가 양수이면서 절댓값이 가장 작은 것을 찾는다.
따라서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 ②이다.

2. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

② $y = 2(x - 3)^2 + 4$

③ $y = 3x^2$

④ $y = -3x^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 3x - 1$

해설

위로 볼록하면 x^2 의 계수는 음수이고 폭이 좁으면 x^2 의 계수의 절댓값이 크다.

3. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근이 k 일 때, $ak^2 + bk + 5$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신에 k 를 대입하면

$$ak^2 + bk + 3 = 0$$

$$\therefore ak^2 + bk + 5 = 2$$

4. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 α 일 때, $\frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \frac{3\alpha}{1-\alpha^2}$ 의 값을 구하면?

① 6 ② 4 ③ 2 ④ 0 ⑤ -2

해설

이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 에 $x = \alpha$ 를 대입하면,
 $\alpha^2 - \alpha - 1 = 0 \Rightarrow 1 + \alpha = \alpha^2, 1 - \alpha^2 = -\alpha$

$$\therefore \frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \frac{3\alpha}{1-\alpha^2} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2} - \frac{3\alpha}{-\alpha} = 1 + 3 = 4$$

5. $f(x) = x(x-5) + 4$ 일 때, $f(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$\begin{aligned}x(x-5) + 4 &= 0 \\x^2 - 5x + 4 &= 0 \\(x-1)(x-4) &= 0 \\\therefore x &= 1 \text{ 또는 } x = 4\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 + 6x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

두근의 합은 2이다.

$x = 2$ 를 $3x^2 + 6x + a = 0$ 에 대입하면

$$3 \times 2^2 + 6 \times 2 + a = 0$$

$$\therefore a = -24$$

$$3x^2 + 6x - 24 = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -4$$

7. 어떤 정사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 4 cm 길게 하고, 2 cm 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 40 cm^2 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이는?

- ① 25 cm^2 ② 30 cm^2 ③ 36 cm^2
④ 40 cm^2 ⑤ 49 cm^2

해설

정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면, $(x+4)(x-2) = 40$ 이므로

$$x^2 + 2x - 8 = 40$$

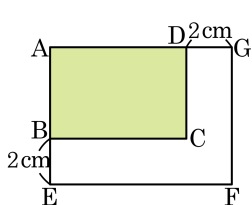
$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$(x-6)(x+8) = 0$$

$$x = 6 \text{ (} \because x > 0 \text{)}$$

따라서 처음 정사각형의 넓이는 $6 \times 6 = 36(\text{ cm}^2)$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} : \overline{AB} = 3 : 2$ 인 직사각형 ABCD 의 가로와 세로의 길이를 모두 2cm 씩 늘인 직사각형 AEFG 의 넓이는 직사각형 ABCD 의 넓이의 2 배와 같다. 이때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



- ① 8cm ② 7cm ③ 6cm ④ 5cm ⑤ 4cm

해설

$\overline{AD} : \overline{AB} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AD} = 3x$, $\overline{AB} = 2x$ 라 하면, 직사각형 AEFG 의 넓이는 $(3x + 2)(2x + 2)$ 이다.
 직사각형 ABCD 의 넓이는 $3x \times 2x$
 $(3x + 2)(2x + 2) = 2 \times 3x \times 2x$
 $6x^2 - 10x - 4 = 0$
 $2(x - 2)(3x + 1) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 2$
 $\therefore \overline{AD} = 3x = 3 \times 2 = 6(\text{cm})$

9. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프에서 x 값이 증가함에 따라 y 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$

② $x < 2$

③ $x > 2$

④ $x > -2$

⑤ $x < -2$

해설

꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이다. $x < -2$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.

10. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에서 x 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

$$y = -x^2 + 4x - 5$$

$$y = -(x-2)^2 - 1$$

따라서 꼭짓점이 (2, -1) 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위는 $x > 2$

11. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만난다고 한다. k 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

x 축과 한 점에서 만나려면
 $y = a(x - p)^2$ 꼴이 되어야 한다.
 $y = 2x^2 + 4x + k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + k$
 $= 2(x + 1)^2 - 2 + k$
 $\therefore -2 + k = 0, k = 2$

해설

$2x^2 + 4x + k = 0$ 이 중근을 가지므로 판별식 $D = 0$ 이다.
 $D = 4^2 - 8k = 0$
 $\therefore k = 2$

12. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k > \frac{9}{8}$ ② $k > \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{2}$ ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = (-3)^2 - 4k > 0$$

$$9 - 4k > 0$$

$$\therefore k < \frac{9}{4}$$

13. 이차방정식 $x^2 + (-m + 3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠

주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.
- ㉡

작은 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m > 0$ 이다.
- ㉢

작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m = 13$ 이다.
- ㉤

주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 6이다.

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
 $\alpha(\alpha + 2) = 24$ 에서 $\alpha = 4$ 또는 -6
㉠ {4, 6} 또는 $\{-6, -4\}$
㉡ $\alpha < 0$ 이면 두 근은 $-6, -4$ 이고 $m - 3 = -6 - 4 = -10$
 $m = -7$ 이므로 $m < 0$ 이다.
㉢ $\alpha > 0$ 이면 두 근은 4, 6이고
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$
 $\therefore m = 13$
㉤ $m = -7, 13$ 이므로 모든 m 의 값의 합은 6이다

14. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

k 에 대해서 정리하면

$$(2a+1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{에 관한 항등식이므로 } 2a+1 = 0, \quad a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$