

1. 다음 증에서 옳지 않은 것은?

① $n(\emptyset) + n(\{1\}) = 1$

② $n(\{2, 4\}) + n(\{1, 2\}) = 4$

③ $n(\{5, 6, 7\}) - n(\{5, 7\}) = 6$

④ $n(\{1, 2\}) - n(\{1\}) = 1$

⑤ $n(\{0, 2\}) + n(\{1\}) = 3$

해설

③ $n(\{5, 6, 7\}) = 3$, $n(\{5, 7\}) = 2$ 이므로 $3 - 2 = 1$ 이다.

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 원소가 4개인 집합의 부분집합의 개수는 16개이다.
- ② 원소가 3개인 집합의 진부분집합의 개수는 7개이다.
- ③ 집합 $\{3, 6, 7\}$ 과 집합 $\{4, 5, 6\}$ 는 서로소이다.
- ④ 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이다.
- ⑤ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 역이 반드시 참인 것은 아니다.

해설

- ① 부분집합의 개수 = 2^n (n : 집합 원소의 개수)
- ② 진부분집합의 개수 = $2^n - 1$
 $\therefore 2^3 - 1 = 7$ (참)
- ③ $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A, B$ 는 서로소
 $\therefore \{3, 6, 7\} \cap \{4, 5, 6\} \neq \emptyset$ (거짓)
- ④ (참)
- ⑤ (참)

3. 두 집합 $A = \{4, 5, a-1\}$, $B = \{b-3, 6, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 6\}$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$A \cap B = \{4, 6\}$ 이므로 $\{4, 6\} \subset \{4, 5, a-1\}$, $\{4, 6\} \subset \{b-3, 6, 8\}$ 이다.

그러면 $a-1=6, b-3=4$ 가 되어 $a=7, b=7$ 이다.

따라서 $\frac{b}{a} = \frac{7}{7} = 1$ 이다.

4. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 한다.
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $P \cup Q = U$ ② $P \cap Q = \emptyset$ ③ $Q \subset P$
④ $P \subset Q$ ⑤ $P = Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 $P^c \subset Q^c \leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 대우인 $q \rightarrow p$ 가 참따라서 $Q \subset P$

5. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

⑤ $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

6. $\sim p \rightarrow \sim q$ 의 역이 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

- ① $q \rightarrow p$ ② $p \rightarrow q$ ③ $\sim p \rightarrow \sim q$
④ $\sim p \rightarrow q$ ⑤ $p \rightarrow \sim q$

해설

‘명제가 참이면 그의 대우는 항상 참이다.’

$\sim p \rightarrow \sim q \Leftrightarrow$ 역: $\sim q \rightarrow \sim p$ (참)

$\sim q \rightarrow \sim p \Leftrightarrow$ 대우 $p \rightarrow q$ (참)

7. 명제 p, q, r 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, r 은 q 이기 위한 충분조건일 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인가?

- ① 필요
- ② 충분
- ③ 필요충분
- ④ 아무 조건도 아니다.
- ⑤ q 에 따라 다르다.

해설

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $p \Leftarrow q$,
즉 $q \Rightarrow p$ 가 성립하고 r 은 q 이기 위한 충분조건,
즉 $r \Rightarrow q$ 가 성립하므로 $r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 이다.
그러나 $p \Rightarrow r$ 인지는 알 수 없다.
따라서 $r \Rightarrow p$ 이므로 p 는 r 이기 위한 필요조건이다.

8. n 이 자연수 일 때, 2^{10n} , 1000^n 의 대소를 비교하면?

- ① $2^{10n} < 1000^n$ ② $2^{10n} \leq 1000^n$ ③ $2^{10n} > 1000^n$
④ $2^{10n} \geq 1000^n$ ⑤ $2^{10n} = 1000^n$

해설

$$2^{10n} > 0, 1000^n > 0 \text{이고, } n \text{이 자연수이므로}$$
$$\frac{2^{10n}}{1000^n} = \frac{(2^{10})^n}{1000^n} = \left(\frac{2^{10}}{1000}\right)^n = \left(\frac{1024}{1000}\right)^n > 1$$
$$\therefore 2^{10n} > 1000^n$$

9. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 에서 1 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 4 개라고 할 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$2^{(1을 제외한 원소의 개수)} = 2^{n-1} = 4 = 2^2 \quad \therefore n = 3$$

10. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$ 이고, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$A \cap X = X$ 이므로 $X \subset A$

$(A \cap B) \cup X = X$ 이므로

$(A \cap B) \subset X$

$A \cap B = \{2, 4, 6\}$

$\{2, 4, 6\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 8, 10\}$

X 는 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 6을 포함하는 집합

이다.

집합 X 의 개수 : $2^2 = 4$

11. 학생 수가 40인 어느 학급에서 두 인터넷 사이트 A, B 의 모의고사를 본 학생 수를 조사하였더니 각각 24명, 32명이었다. 두 인터넷 사이트의 모의고사를 모두 본 학생 수는 최소 몇 명인가?

- ① 14명 ② 15명 ③ 16명 ④ 17명 ⑤ 18명

해설

학생 전체의 집합을 U , 두 인터넷 사이트 A, B 의 모의고사를 본 학생의 집합을 각각 P, Q 라 하면
 $n(U) = 40, n(P) = 24, n(Q) = 32$
 $n(P \cup Q) \leq n(U)$ 이므로 $n(P \cup Q) \leq 40$
그런데 $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$
 $24 + 32 - n(P \cap Q) \leq 40$
 $\therefore n(P \cap Q) \geq 16$
따라서 두 인터넷 사이트의 모의고사를 모두 본 학생 수는 최소 16명이다.

12. $0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 충분조건이 $a-1 \leq x \leq 1$ 이고, 필요조건이 $b+3 \leq x \leq 3$ 이다. a 의 최솟값을 m , b 의 최댓값을 M 이라고 할 때, $m+M$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $m+M = -2$

해설

$0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 충분조건이 $a-1 \leq x \leq 1$ 이므로
 $\{x \mid a-1 \leq x \leq 1\} \subset \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$



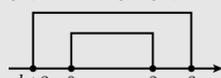
위의 그림에서 $0 \leq a-1 \leq 1$

$$\therefore 1 \leq a \leq 2 \cdots \text{㉠}$$

또, $0 \leq x \leq 2$ 이기 위한 필요조건이

$b+3 \leq x \leq 3$ 이므로

$$\{x \mid 0 \leq x \leq 2\} \subset \{x \mid b+3 \leq x \leq 3\}$$



위의 그림에서 $b+3 \leq 0$

$$\therefore b \leq -3 \cdots \text{㉡}$$

㉠에서 a 의 최솟값 $m = 1$,

㉡에서 b 의 최댓값 $M = -3$

$$\therefore m+M = 1 + (-3) = -2$$

13. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ 라고 정의하자. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{1, 4\}$ 일 때, $n((A \times B) \cap (A \times C))$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$$

$$A \times C = \{(1, 1), (1, 4), (2, 1), (2, 4), (3, 1), (3, 4)\}$$

$$\therefore (A \times B) \cap (A \times C) = \{(1, 4), (2, 4), (3, 4)\}$$

$$\therefore n((A \times B) \cap (A \times C)) = 3$$

14. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 6, 8\}$, $B^c \cap A = \{8\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 모든 집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$A = \{2, 6, 8\}$, $B^c \cap A = \{8\}$ 이므로 남은 원소는 4, 10 이므로 B 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 4개이다.

15. 집합 $A = \{2, 3 \times a, a + 3\}$, $B = \{a, 2 \times a + 1, 3 \times a - 2\}$ 이고 $A - B = \{6\}$ 일 때, $C = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $(A - C) \cup (B \cap C)$ 는?

① $\{2, 4\}$

② $\{2, 5\}$

③ $\{2, 6\}$

④ $\{2, 5, 6\}$

⑤ $\{2, 6, 7\}$

해설

$A - B = \{6\}$ 이므로

(1) $3 \times a = 6$ 일 때, $a = 2$ 이다.

따라서 $A = \{2, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 5\}$ 이고 $C = \{1, 2, 3\}$ 이므로

$(A - C) \cup (B \cap C) = \{5, 6\} \cup \{2\} = \{2, 5, 6\}$ 이다.

(2) $a + 3 = 6$ 일 때, $a = 3$ 이다.

따라서 $A = \{2, 6, 9\}$, $B = \{3, 7\}$ 이므로 $A - B = \{2, 6, 9\} \neq \{6\}$

이므로 조건에 맞지 않다.

따라서 (1), (2) 에서 $(A - C) \cup (B \cap C) = \{2, 5, 6\}$ 이다.