1. 다음 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $n(\varnothing)+n(\{1\})=1$

② $n(\{2,4\})+n(\{1,2\})=4$

③ $n(\{5,6,7\})-n(\{5,7\})=6$

④ $n(\{1,2\})-n(\{1\})=1$

⑤ $n(\{0,2\})+n(\{1\})=3$

해설

③ $n(\{5,6,7\})=3$, $n(\{5,7\})=2$ 이므로 $3-2=1$ 이다.

2. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 원소가 4개인 집합의 부분집합의 개수는 16개이다.

② 원소가 3개인 집합의 진부분집합의 개수는 7개이다.

③ 집합 $\{3, 6, 7\}$ 과 집합 $\{4, 5, 6\}$ 는 서로소이다.

④ 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이다.

⑤ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 역이 반드시 참인 것은 아니다.

해설

① 부분집합의 개수 $= 2^n$ $(n:$집합 원소의 개수$)$

② 진부분집합의 개수 $= 2^n - 1$

$\therefore\ 2^3 - 1 = 7$ (참)

③ $A \cap B = \varnothing \quad \Rightarrow \quad A,\ B$ 는 서로소

$\therefore\ \{3,\ 6,\ 7\} \cap \{4,\ 5,\ 6\} \neq \varnothing$ (거짓)

④ (참)

⑤ (참)

3. 두 집합 $A = \{4, 5, a-1\}, B = \{b-3, 6, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 6\}$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$A \cap B = \{4, 6\}$ 이므로 $\{4, 6\} \subset \{4, 5, a-1\}, \{4, 6\} \subset \{b-3, 6, 8\}$ 이다.
그러면 $a-1 = 6, b-3 = 4$ 가 되어 $a = 7, b = 7$ 이다.
따라서 $\frac{b}{a} = \frac{7}{7} = 1$ 이다.

4. 전체집합 U에서 두 조건 p, q를 만족하는 집합을 각각 P, Q라 한다. $\sim p \rightarrow \sim q$가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \cup Q = U$ ② $P \cap Q = \phi$ ③ $Q \subset P$

④ $P \subset Q$ ⑤ $P = Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 $P^c \subset Q^c \leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 대우인 $q \rightarrow p$ 가 참따라서 $Q \subset P$

5. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$ ② $P \cup Q$ ③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$ ⑤ $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

6. $\sim p \to \sim q$ 의 역이 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

① $q \to p$ ② $p \to q$ ③ $\sim p \to \sim q$

④ $\sim p \to q$ ⑤ $p \to \sim q$

해설

'명제가 참이면 그의 대우는 항상 참이다.'

$\sim p \ \to \ \sim q \Leftrightarrow$ 역 : $\sim q \ \to \ \sim p$(참)

$\sim q \ \to \ \sim p \Leftrightarrow$ 대우 $p \ \to \ q$(참)

7. 명제 p, q, r 에 대하여 p 는 q이기 위한 필요조건, r 은 q이기 위한 충분조건일 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인가?

① 필요 ② 충분

③ 필요충분 ④ 아무 조건도 아니다.

⑤ q 에 따라 다르다.

해설

p 는 q이기 위한 필요조건이므로 $p \Leftarrow q$,
즉 $q \Rightarrow p$ 가 성립하고 r 은 q이기 위한 충분조건,
즉 $r \Rightarrow q$ 가 성립하므로 $r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 이다.
그러나 $p \Rightarrow r$ 인지는 알 수 없다.
따라서 $r \Rightarrow p$ 이므로 p 는 r 이기 위한 필요조건이다.

8. n이 자연수 일 때, $2^{10n}, 1000^n$ 의 대소를 비교하면?

① $2^{10n} < 1000^n$ ② $2^{10n} \leq 1000^n$ ③ $2^{10n} > 1000^n$

④ $2^{10n} \geq 1000^n$ ⑤ $2^{10n} = 1000^n$

해설

$2^{10n} > 0,\ 1000^n > 0$ 이고, n이 자연수이므로

$$\frac{2^{10n}}{1000^n} = \frac{(2^{10})^n}{1000^n} = \left(\frac{2^{10}}{1000}\right)^n = \left(\frac{1024}{1000}\right)^n > 1$$

$\therefore 2^{10n} > 1000^n$

9. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 에서 1 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 4 개라고 할 때, 자연수 n 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2^{(1\text{을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-1} = 4 = 2^2 \quad \therefore n = 3$

10. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$ 이고, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$A \cap X = X$ 이므로 $X \subset A$
$(A \cap B) \cup X = X$ 이므로
$(A \cap B) \subset X$
$A \cap B = \{2, 4, 6\}$
$\{2, 4, 6\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 8, 10\}$
X 는 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 6을 포함하는 집합이다.
집합 X 의 개수 : $2^2 = 4$

11. 학생 수가 40인 어느 학급에서 두 인터넷 사이트 A, B의 모의고사를 본 학생 수를 조사하였더니 각각 24명, 32명이었다. 두 인터넷 사이트의 모의고사를 모두 본 학생 수는 최소 몇 명인가?

① 14명 ② 15명 ③ 16명 ④ 17명 ⑤ 18명

해설

학생 전체의 집합을 U, 두 인터넷 사이트 A, B의 모의고사를 본 학생의 집합을 각각 P, Q라 하면

$n(U) = 40,\ n(P) = 24,\ n(Q) = 32$

$n(P \cup Q) \le n(U)$이므로 $n(P \cup Q) \le 40$

그런데 $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$

$24 + 32 - n(P \cap Q) \le 40$

$\therefore n(P \cap Q) \ge 16$

따라서 두 인터넷 사이트의 모의고사를 모두 본 학생 수는 최소 16명이다.

12. $0 \le x \le 2$ 이기 위한 충분조건이 $a-1 \le x \le 1$ 이고, 필요조건이 $b+3 \le x \le 3$ 이다. a 의 최솟값을 m, b 의 최댓값을 M 이라고 할 때, $m+M$ 의 값을 구하여라.

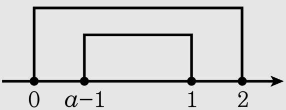
▶ 답 :

▷ 정답 : $m+M=-2$

해설

$0 \le x \le 2$ 이기 위한 충분조건이 $a-1 \le x \le 1$ 이므로

$\{x \mid a-1 \le x \le 1\} \subset \{x \mid 0 \le x \le 2\}$



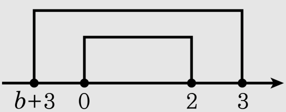
위의 그림에서 $0 \le a-1 \le 1$

$\therefore\ 1 \le a \le 2 \cdots$ ㉠

또, $0 \le x \le 2$ 이기 위한 필요조건이

$b+3 \le x \le 3$ 이므로

$\{x \mid 0 \le x \le 2\} \subset \{x \mid b+3 \le x \le 3\}$



위의 그림에서 $b+3 \le 0$

$\therefore\ b \le -3 \cdots$ ㉡

㉠에서 a의 최솟값 $m=1$,

㉡에서 b의 최댓값 $M=-3$

$\therefore\ m+M=1+(-3)=-2$

13. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 $A \times B = \{(x,\ y) \mid x \in A,\ y \in B\}$ 라고 정의하자. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3\}$, $B = \{2,\ 3,\ 4\}$, $C = \{1,\ 4\}$ 일 때, $n((A \times B) \cap (A \times C))$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A \times B = \{(1,\ 2), (1,\ 3), (1,\ 4), (2,\ 2), (2,\ 3), (2,\ 4), (3,\ 2), (3,\ 3), (3,\ 4)\}$

$A \times C = \{(1,\ 1), (1,\ 4), (2,\ 1), (2,\ 4), (3,\ 1), (3,\ 4)\}$

$\therefore\ (A \times B) \cap (A \times C) = \{(1,\ 4), (2,\ 4), (3,\ 4)\}$

$\therefore\ n((A \times B) \cap (A \times C)) = 3$

14. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 6, 8\}$, $B^C \cap A = \{8\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 모든 집합의 개수를 구하여라.

▶ **답:** ______ 개

▷ **정답:** 4 개

해설

$A = \{2, 6, 8\}$, $B^C \cap A = \{8\}$ 이므로 남은 원소는 4, 10 이므로 B 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 4개이다.

15. 집합 $A = \{2, 3\times a, a+3\}$, $B = \{a, 2\times a+1, 3\times a-2\}$ 이고 $A - B = \{6\}$ 일 때, $C = \{1,2,3\}$ 에 대하여 $(A - C)\cup(B\cap C)$ 는?

① $\{2,4\}$　② $\{2,5\}$　③ $\{2,6\}$

④ $\{2,5,6\}$　⑤ $\{2,6,7\}$

해설

$A - B = \{6\}$ 이므로

(1) $3\times a = 6$ 일 때, $a = 2$ 이다.

따라서 $A = \{2,5,6\}$, $B = \{2,4,5\}$ 이고 $C = \{1,2,3\}$ 이므로

$(A - C)\cup(B\cap C) = \{5,6\}\cup\{2\} = \{2,5,6\}$ 이다.

(2) $a+3 = 6$ 일 때, $a = 3$ 이다.

따라서 $A = \{2,6,9\}$, $B = \{3,7\}$ 이므로 $A - B = \{2,6,9\} \neq \{6\}$ 이므로 조건에 맞지 않다.

따라서 (1),(2) 에서 $(A - C)\cup(B\cap C) = \{2,5,6\}$ 이다.