

1. $4\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = Ax - 3$ 의 근이 $x = \frac{2 \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $\frac{A}{B}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$4\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) = Ax - 3$$

$$4x^2 - 1 = Ax - 3$$

$$4x^2 - Ax + 2 = 0$$

두 근의 합이 2 이므로 $\frac{A}{4} = 2$

$$\therefore A = 8$$

두 근의 곱이 $\frac{4-B}{4} = \frac{2}{4}$ 이므로 $B = 2$

$$\therefore \frac{A}{B} = \frac{8}{2} = 4$$

2. 이차방정식 $\frac{x-1}{3} = 0.2(x+1)(x-3)$ 의 해를 구하면?

① $x = 4$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

② $x = -4$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

③ $x = 4$ 또는 $x = -3$

④ $x = -4$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

해설

$$10(x-1) = 6(x+1)(x-3)$$

$$10x - 10 = 6x^2 - 12x - 18$$

$$6x^2 - 22x - 8 = 0$$

$$2(3x^2 - 11x - 4) = 0$$

$$(3x+1)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{3}$$

3. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다

③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - a^2}}{a}$ 이다.

④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다

⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1 - a^2) = 4(1 + a)(1 - a)$

① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - a^2}}{a}$

④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.

⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

4. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $b = 0$ 이면 근이 없다.

② $a = -4, b = -5$ 이면 중근을 가진다.

③ $a > 0, b < 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

④ $a < 0$ 이면 근이 없다.

⑤ $b > 0$ 이면 중근을 가진다.

해설

③ $a > 0, b < 0$ 이면 $a^2 - 4b > 0$ 이므로 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

5. 다음식이 x 에 관한 일차식이 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{3x^2 + 2x - (k - 3)}{7}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{3}$

해설

$\frac{3}{7}x^2 + \frac{2}{7}x - \frac{k-3}{7} = 0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 7을 곱하면

$$3x^2 + 2x - k + 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 3 \times (-k + 3) = 0$$

$$1 + 3k - 9 = 0, 3k = 8$$

$$\therefore k = \frac{8}{3}$$

6. 다음 식이 x 에 관한 일차식의 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{4x^2 + 3x + (k + 1)}{12}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{16}$

해설

$\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{k+1}{12} = 0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 12를 곱하면

$$4x^2 + 3x + k + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \times 4(k + 1) = 0$$

$$9 - 16k - 16 = 0, 16k = -7$$

$$\therefore k = -\frac{7}{16}$$

7. 자연수 1에서 $n-1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 7부터 $n-1$ 까지의 합이 57일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$\begin{aligned} & (7 + 8 + 9 + \cdots + n - 1) \\ &= (1 + 2 + \cdots + n - 1) - (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \end{aligned}$$

$$\frac{(n-1)n}{2} - 21 = 57 \text{ 이므로}$$

$$n(n-1) = 156$$

$$n^2 - n - 156 = (n+12)(n-13) = 0$$

$n > 0$ 이므로 $n = 13$ 이다.

8. 자연수 1에서 $n - 1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 6부터 $n - 1$ 까지의 합이 21일 때, n 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$(6 + 7 + 8 + \cdots + n - 1) \\ = (1 + 2 + \cdots + n - 1) - (1 + 2 + 3 + 4 + 5)$$

$$\frac{(n-1)n}{2} - 15 = 21 \text{ 이므로}$$

$$n(n-1) = 72$$

$$n^2 - n - 72 = (n+8)(n-9) = 0$$

$n > 0$ 이므로 $n = 9$ 이다.