

1. 모양이 $y = 2x^2$ 과 같고 아래로 볼록하며 축의 방정식이 $x = -3$ 이고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x^2 - 3$

② $y = 2x^2 + 3$

③ $y = 2(x + 3)^2$

④ $y = -2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(x - 3)^2$

해설

x^2 의 계수는 모양을 결정하고 볼록한 방향은 x 의 계수의 부호를 결정하며 축의 방정식은 평행이동한 정도를 나타내고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 것은 y 축의 방향으로 평행이동하지 않았다는 의미이다.
따라서 $y = 2(x + 3)^2$ 이다.

2. 이차함수 $y = 2(x + 3)^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.

보기

- ㉠ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ 직선 $x = 3$ 을 축으로 한다.
- ㉢ 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.
- ㉣ $y = -2x^2$ 의 그래프와 포물선의 폭이 같다.
- ㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 아래로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ $x = -3$ 을 축으로 한다.
- ㉢ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$ 이다.
- ㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프이다.

3. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 해가 -4 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 근은 -4 이므로

$$(-4)^2 + a \times (-4) - a - 6 = 0$$

$$16 - 4a - a - 6 = 0, \quad 10 - 5a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

4. 이차방정식 $2x^2 + 6x - a = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 다른 한 근의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 3$ 을 주어진 식에 대입하면
 $18 + 18 - a = 0$
 $\therefore a = 36$
 $2x^2 + 6x - 36 = 0, (2x + 12)(x - 3) = 0$
 $(x + 6)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = -6$ 또는 $x = 3$
따라서 다른 한 근은 3 이다.

5. 이차방정식 $x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하고 $2x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 c, d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

$2x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore a + b + c + d$$

$$= -1 - \sqrt{5} - 1 + \sqrt{5} + \frac{-1 + \sqrt{7}}{2} + \frac{-1 - \sqrt{7}}{2}$$

$$= -3$$

6. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore A = 3, B = 3$$

$$\therefore A + B = 6$$

7. $4\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = Ax - 3$ 의 근이 $x = \frac{2 \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $\frac{A}{B}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$4\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) = Ax - 3$$

$$4x^2 - 1 = Ax - 3$$

$$4x^2 - Ax + 2 = 0$$

두 근의 합이 2 이므로 $\frac{A}{4} = 2$

$$\therefore A = 8$$

두 근의 곱이 $\frac{4-B}{4} = \frac{2}{4}$ 이므로 $B = 2$

$$\therefore \frac{A}{B} = \frac{8}{2} = 4$$

8. 이차방정식 $\frac{x(x-1)}{5} = \frac{(x+1)(x-3)}{3}$ 의 두 근 중 작은 근을 α 라고 할 때, $-2(\alpha-1)$ 의 값은?

- ① 5 ② 1 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -5 ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

양변에 15를 곱하면 $3x(x-1) = 5(x+1)(x-3)$ 이다.

$$3x^2 - 3x = 5x^2 - 10x - 15$$

$$2x^2 - 7x - 15 = 0$$

$$(2x+3)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 5$$

$$\alpha = -\frac{3}{2} \text{ 이므로 } -2(\alpha-1) = -2\left(-\frac{3}{2}-1\right) = 5$$

9. 다음식이 x 에 관한 일차식이 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{3x^2 + 2x - (k - 3)}{7}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{3}$

해설

$\frac{3}{7}x^2 + \frac{2}{7}x - \frac{k-3}{7} = 0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 7을 곱하면

$$3x^2 + 2x - k + 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 3 \times (-k + 3) = 0$$

$$1 + 3k - 9 = 0, 3k = 8$$

$$\therefore k = \frac{8}{3}$$

10. 이차방정식 $4x^2 + 2kx + 1 = 0$ (k 는 상수) 은 중근 m 을 갖는다. $m < 0$ 일 때, $m - k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{5}{2}$

해설

$$4x^2 + 2kx + 1 = 0 \text{ (} k \text{ 는 상수)}$$

중근을 가지므로 판별식 $\frac{D}{4} = 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 4 = 0 \rightarrow k = \pm 2$$

$$\text{i) } k = 2 \text{ 일 때, } 4x^2 + 4x + 1 = 0 \rightarrow (2x + 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ (중근)}$$

$$\text{ii) } k = -2 \text{ 일 때, } 4x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow (2x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ (중근)}$$

따라서 구하는 중근 $m = -\frac{1}{2}$ ($\because m < 0$)

$$\therefore m - k = \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 = -\frac{5}{2}$$

11. 다음은 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 에 대한 설명이다. 옳은 것은 몇 개인가?

- ㉠ $a = 0$ 이면 중근을 갖는다.

㉡ $a = 9$ 이면 근은 없다.

㉢ $a \leq 9$ 이면 적어도 하나의 근을 갖는다.

㉣ $a > 9$ 이면 근이 2개이다.

㉤ a 의 값에 관계없이 두 근을 갖는다.

① 5개 ② 4개 ③ 3개 ④ 2개 ⑤ 1개

해설

$D = 36 - 4a$ 이므로
㉠ $a = 0$ 이면 $D > 0$ 이므로 두 근을 갖는다. (거짓)
㉡ $a = 9$ 이면 $D = 0$ 이므로 중근을 갖는다.(거짓)
㉢ $a \leq 9$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 적어도 하나의 근을 갖는다.(참)
㉣ $a > 9$ 이면 $D < 0$ 이므로 근은 없다.(거짓)
㉤ $a > 9$ 일 때 두 근을 갖는다.(거짓)

12. 이차방정식 $x^2+3x-k=0$ 이 근을 갖기 위한 k 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k \geq -\frac{9}{4}$

해설

$$D = 3^2 - 4 \times (-k) \geq 0$$

$$k \geq -\frac{9}{4}$$

13. $y = k(k-2)x^2 - 3x^2 + 5x + 8k$ 가 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k-2) - 3 \neq 0$, $k(k-2) \neq 3$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 3$ 이다.

14. 다음 중 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.
 - ② $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
 - ③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ④ 아래로 볼록하다.
 - ⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

주어진 식을 정리하면 $y = -(x - 2)^2 + 1$

① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$

② $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

④ 위로 볼록한 그래프

⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

15. 자연수 1에서 $n-1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 7부터 $n-1$ 까지의 합이 57일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} & (7+8+9+\cdots+n-1) \\ &= (1+2+\cdots+n-1)-(1+2+3+4+5+6) \\ & \frac{(n-1)n}{2}-21=57 \text{ 이므로} \\ & n(n-1)=156 \\ & n^2-n-156=(n+12)(n-13)=0 \\ & n>0 \text{ 이므로 } n=13 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

16. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 190이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 190, n(n+1) = 380,$$

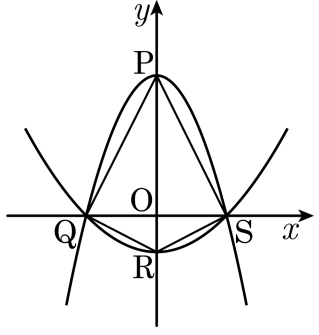
$$n^2 + n - 380 = 0,$$

$$(n+20)(n-19) = 0,$$

$$n = -20 \text{ 또는 } n = 19,$$

따라서 n 은 자연수이므로 $n = 19$ 이다.

17. 함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



- ㉠ 점 $P(0, 4)$ 이고, 점 $R(0, -1)$ 이다.
 ㉡ 점 $Q(2, 0)$ 이고, 점 $S(-2, 0)$ 이다.
 ㉢ $\overline{QS} = 8$ 이다.
 ㉤ $\triangle PRS = 5$, $\triangle QPR = 8$ 이다.
 ㉥ $\square PQRS = 12$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -x^2 + 4$

함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한

그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

$y = -x^2 + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 점 $Q(-2, 0)$, $S(2, 0)$ 이다.

$\overline{QS} = 4$

또, $P(0, 4)$ 이고 $R(0, -1)$

$\triangle PRS = \triangle QPR = 5$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

18. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$ 에 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$