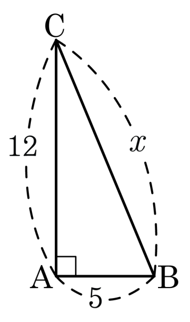
1. 다음은 피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 빗변의 길이를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?



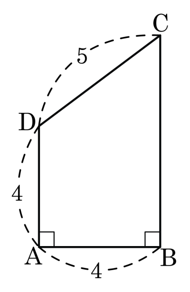
$\overline{AC^2} + \overline{AB^2} = \overline{\boxed{\quad ㄱ \quad}}^2$ $x^2 = 5^2 + 12^2 = \boxed{\quad ㄴ \quad}$ $x > 0$ 이므로, $x = \boxed{\quad ㄷ \quad}$

① $\overline{AB}$, 144 , -13
② $\overline{AB}$, 144 , 13
③ $\overline{BC}$, 169 , -13
④ $\overline{BC}$, 169 , 13
⑤ $\overline{BC}$, 196 , -13

해설

$\overline{AC^2} + \overline{AB^2} = \overline{BC^2}$,$x^2 = 5^2 + 12^2 = 169$
$x > 0$ 이므로, $x = 13$

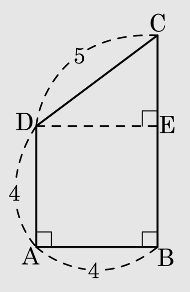
2. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?



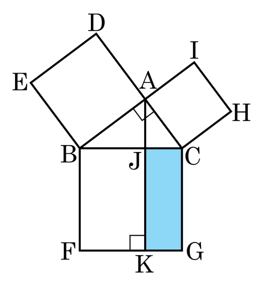
① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

점 D를 지나면서 $\overline{AB}$에 평행한 보조선을 긋고 $\overline{BC}$와의 교점을 E라고 하자.
$\triangle$DEC에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{EC} = 3$
따라서 $\overline{BC} = 4 + 3 = 7$이다.



3. 다음 그림에서 □JKGC 와 넓이가 같은 도형은?



① □DEBA　　② □BFKJ

③ □ACHI　　④ △ABC

⑤ △ABJ

해설

□JKGC 의 넓이는 $\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이와 같다.

4. 세 변의 길이가 $a+1$, $a+2$, $a+3$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 2

해설

$a+3$이 가장 긴 변의 길이이므로
$(a+3)^2 = (a+2)^2+(a+1)^2$, $a^2+6a+9 = a^2+4a+4+a^2+2a+1$
$a^2 = 4,\ a = 2$ ($\because a > -1$)

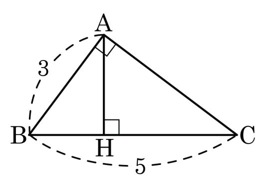
5. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 13$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이의 최솟값은?

① 9　　② 12　　③ 17
④ 20　　⑤ 답이 없다.

해설

$\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 13$ 일 때, $\overline{BC}$ 가 삼각형의 빗변일 경우와, $\overline{AC}$ 가 삼각형의 빗변일 경우 두 가지의 직각삼각형을 만들 수 있다.
$\overline{BC}$ 가 삼각형의 빗변일 경우에 $\overline{AC}$ 의 길이가 더 짧으므로, 피타고라스 정리에 따라
$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$
$\overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2$
$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 12$ 이다.

6. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{\mathrm{AH}}$ 의 길이는?

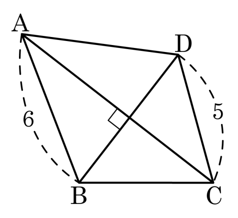


① 1.2 ② 1.6 ③ 2 ④ 2.4 ⑤ 2.8

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = 4$ 이므로
$\overline{\mathrm{AH}} \times 5 = 3 \times 4$
$\therefore \overline{\mathrm{AH}} = 2.4$

7. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값은?



① 11 ② 30 ③ 41

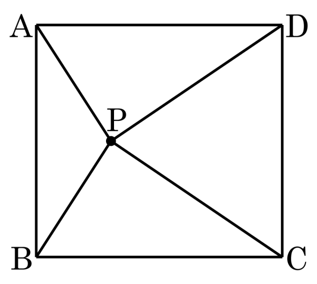
④ 56 ⑤ 61

해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같다.

$\therefore\ \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 5^2 + 6^2 = 61$

8. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{PA}}=4$, $\overline{\mathrm{PC}}=6$ 일 때, $\overline{\mathrm{PB}}^2+\overline{\mathrm{PD}}^2$ 의 값을 구하여라.

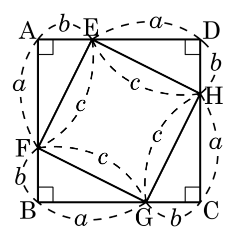


① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

해설

$\overline{\mathrm{PB}}^2+\overline{\mathrm{PD}}^2=4^2+6^2=52$ 이다.

9. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle EHG = 90°$

② □EFGH 는 정사각형이다.

③ □ABCD 와 □EFGH 의 넓이의 비는 $a+b : c$ 이다.

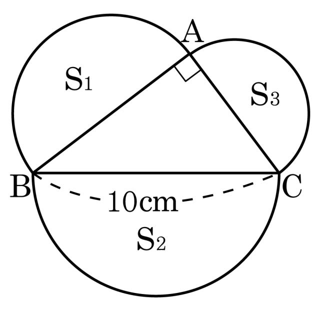
④ $\triangle BGF \equiv \triangle CHG$

⑤ $\angle FEA + \angle GHC = 90°$

해설

□ABCD 와 □EFGH 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2 : c^2$ 이다.

10. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 △ABC 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1 + S_2 + S_3$ 의 값을 구하면?



① $10\pi\text{cm}^2$　② $15\pi\text{cm}^2$　③ $20\pi\text{cm}^2$　④ $25\pi\text{cm}^2$　⑤ $30\pi\text{cm}^2$

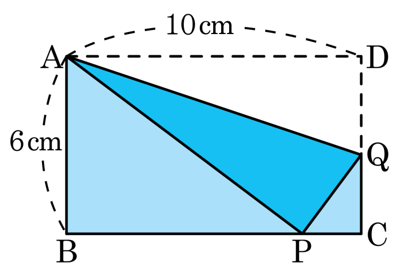
해설

$S_1 + S_3 = S_2$

$S_1 + S_2 + S_3 = 2S_2$

$\therefore 2 \times \pi \times 5^2 \times \frac{1}{2} = 25\pi(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 선분 AQ 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 D 가 변 BC 위의 점 P 에 오도록 접었다. $\triangle$ABP 와 $\triangle$PCQ 가 직각삼각형이 되기 위한 $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



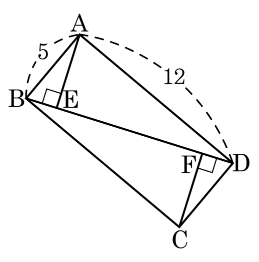
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{10}{3}$ cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AP} = 10$cm 이므로 삼각형 ABP 는 $10^2 = 6^2 + \overline{BP}^2$ 이 된다. $\overline{BP} = 8$(cm)
그러므로 $\overline{PC} = 2$cm
$\overline{PQ} = x$ 라 놓으면 $\overline{DQ} = x$ 가 되고, $\overline{CQ} = 6 - x$ 가 된다.
삼각형 QCP 는 $x^2 = 2^2 + (6 - x)^2$
$\therefore x = \frac{10}{3}$ cm

12. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD 에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

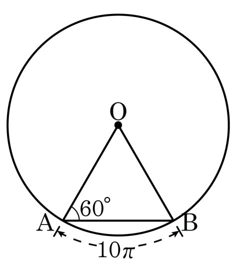
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\angle OAB = 60°$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\widehat{AB} = 10\pi$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

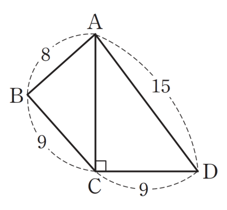
▷ 정답 : 30

해설

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle AOB = 60°$ 이고,
$2\pi \times \overline{OA} \times \dfrac{60°}{360°} = 10\pi,\ \overline{OA} = 30$
점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면
$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : 1$
$\overline{AH} = 15$
$\therefore\ \overline{AB} = 2\overline{AH} = 30$

14.

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=8$, $\overline{AD}=15$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CD}=9$이고 $\angle C=90^\circ$일 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?



① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형
⑤ 직각삼각형

▶ 답 :

▷ 정답 : ③

해설

$\triangle ACD$에서

$\overline{AC}^2=15^2-9^2=144 \quad \therefore \overline{AC}=12$

$\triangle ABC$에서

$8^2+9^2>12^2$이므로 예각삼각형이다.

15. 좌표평면 위의 두 점 P(3, 4), Q(x, -4) 사이의 거리가 10 일 때, x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=9$

▷ 정답: $x=-3$

해설

$\overline{\mathrm{PQ}}^2=(x-3)^2+(-4-4)^2$
$=(x-3)^2+64=100$

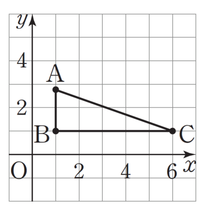
$(x-3)^2=36$

$x-3=\pm6$

$\therefore\ x=9,\ -3$

16.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\triangle ABC$가 있다. 두 점 $A\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, $C(6,\ 1)$ 사이의 거리를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{37}{7}$

해설

점 A의 좌표가 $\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, 점 C의 좌표가 $(6,\ 1)$이므로 점 B의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.

따라서 $\overline{AB}=\frac{12}{7}$, $\overline{BC}=5$이므로

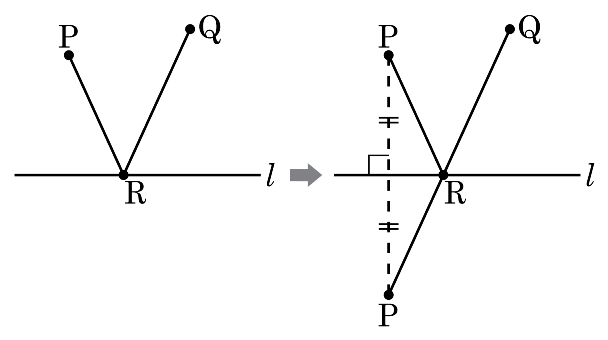
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=\left(\frac{12}{7}\right)^2+5^2=\frac{1369}{49}$

$\therefore\ \overline{AC}=\frac{37}{7}$

따라서 두 점 A, C 사이의 거리는 $\frac{37}{7}$이다.

17. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l 위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\boxed{}$에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 $\boxed{}$가 직선 l과 만나는 점을 $\boxed{}$로 잡는다.

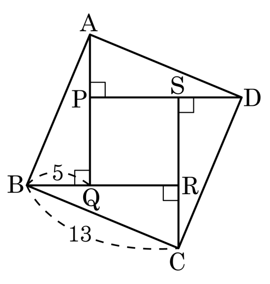


① l, PQ, Q　② l, PQ, R　③ l, P′Q, R
④ Q, PQ, Q　⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

18. 다음 그림의 □ABCD 는 합동인 네 개의 직각삼각형을 붙여 만든 정사각형이다. $\overline{BC} = 13$, $\overline{CR} = 5$ 일 때, □PQRS 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

$\triangle ABQ$ 에서 $\overline{AB} = 13$, $\overline{BQ} = 5$ 이므로

$\overline{AB}^2 = \overline{BQ}^2 + \overline{AQ}^2 \qquad \therefore\ \overline{AQ} = 12$,

$\overline{AP} = 5$ 이므로 □PQRS 에서 $\overline{PQ} = 12 - 5 = 7$

$\therefore$ □PQRS $= 7 \times 7 = 49$

19. 빗변의 길이가 m^2+n^2 이고, 다른 한 변의 길이가 m^2-n^2 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m>0$, $n>0$)

① $m+n$ ② $2m+n$ ③ $m+2n$
④ $2(m+n)$ ⑤ $2mn$

해설
나머지 한 변의 길이를 X 라 하면
$(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+X^2$
$m^4+2m^2n^2+n^4=m^4-2m^2n^2+n^4+X^2$
$X^2=4m^2n^2=(2mn)^2$
$X>0$, $m>0$, $n>0$ 이므로 $X=2mn$ 이다.

20. 세 변의 길이가 각각 $a+4, a, a-4$ 로 나타내어지는 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변의 길이이므로 $a-4>0, a>4 \cdots$ ㉠

삼각형이 될 조건에 의해

$a+4<a+(a-4), 8<a \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $a>8$

세 변 중 가장 긴 변이 $a+4$ 이므로

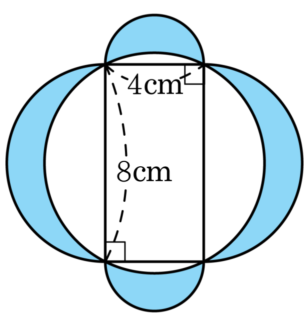
$(a+4)^2=a^2+(a-4)^2$

$a^2-16a=0$

$a(a-16)=0$

$\therefore a=16\ (\because\ a>8)$

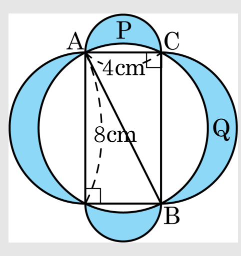
21. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿ cm^2

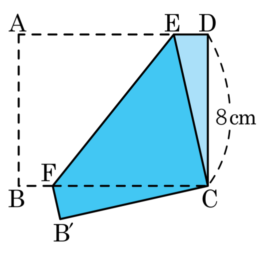
▷ 정답 : $32\,cm^2$

해설



색칠한 부분 $P+Q$ 의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.
따라서 색칠한 전체 넓이는 직사각형의 넓이와 같다.
$\therefore\ 4\times 8=32(\,cm^2)$

22. $\overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 4$ 가 성립하는 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 넓이를 구하여라.



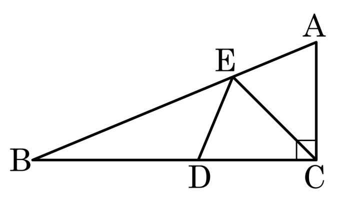
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 7.2 cm^2

해설

$\overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 4$, $\overline{CD} = 8\,cm$ 이므로 $\overline{BC} = 10\,cm$ 이다.
$\overline{DE} = x$ 라 하면 접은 선분의 길이는 변함이 없으므로 $\overline{AE} = \overline{CE} = 10 - x$
따라서 $\triangle CDE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $(10 - x)^2 = x^2 + 8^2$
이를 정리하면 $x = \frac{9}{5}\,cm$ 이므로 $\triangle CDE$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{9}{5} \times 8 = 7.2(cm^2)$

23. 다음 그림과 같이 $\angle ACB = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AC} = \overline{CD} = 5\text{cm}$, $\angle ACE = \angle ECD$ 일 때, $\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2.4

해설

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144 = 12^2$

$\therefore \overline{BC} = 12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD} = 12 - 5 = 7\,(\text{cm})$

또한 $\triangle ACE \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

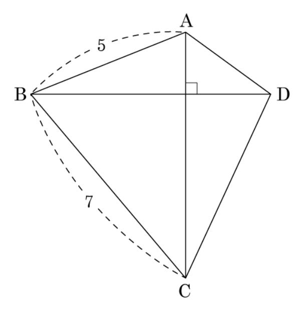
$\therefore \overline{DE} = \overline{AE}$

각의 이등분선의 성질에 의해

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{BE}$

$\dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}} = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \dfrac{12}{5} = 2.4$

24. 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 두 대각선이 서로 직교하고, $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 7$ 일 때,
$\overline{CD}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

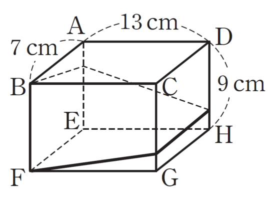
▷ 정답 : 24

해설

□ABCD 의 두 대각선이 서로 직교하므로
$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$
$5^2 + \overline{CD}^2 = 7^2 + \overline{AD}^2$
$\therefore \overline{CD}^2 - \overline{AD}^2 = 24$

25.

오른쪽 그림과 같은 직육면체의 꼭짓점 F에서 출발하여 겉면을 따라 $\overline{CG}$, $\overline{DH}$, $\overline{AE}$를 지나 점 B에 이르는 최단거리를 구하시오.

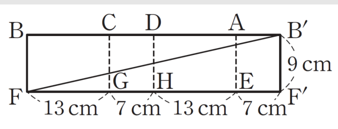


▶ 답 :

▷ 정답 : 41cm

해설

오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단거리는 $\overline{FB'}$의 길이이므로 $\overline{FB'}^2 = 40^2 + 9^2 = 1681$



$\therefore\ \overline{FB'} = 41\,(\text{cm})$