

1. 다음 중 이차함수는?

① $y = 2x^2 - 2(x+1)^2$

② $y = 2(x-1) + 25$

③ $y = x^2 - (2x + x^2)$

④ $y = x^3 - (x+1)^2$

⑤ $y = 3x^2 - (2x+1)^2$

해설

① $y = 2x^2 - 2(x+1)^2 = -4x - 2$ (일차함수)

② $y = 2(x-1) + 25 = 2x + 23$ (일차함수)

③ $y = x^2 - (2x + x^2) = -2x$ (일차함수)

④ $y = x^3 - (x+1)^2 = x^3 - x^2 - 2x - 1$ (삼차함수)

⑤ $y = 3x^2 - (2x+1)^2 = -x^2 - 4x - 1$ (이차함수)

2. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면 점 $(1, a)$ 를 지난다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = 5x^2 - 1$ 의 그래프가
점 $(1, a)$ 를 지나므로
 $5 - 1 = a$, $a = 4$ 이다.

3. 모양이 $y = 2x^2$ 과 같고 아래로 볼록하며 축의 방정식이 $x = -3$ 이고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x^2 - 3$

② $y = 2x^2 + 3$

③ $y = 2(x + 3)^2$

④ $y = -2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(x - 3)^2$

해설

x^2 의 계수는 모양을 결정하고 볼록한 방향은 x 의 계수의 부호를 결정하며 축의 방정식은 평행이동한 정도를 나타내고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 것은 y 축의 방향으로 평행이동하지 않았다는 의미이다.

따라서 $y = 2(x + 3)^2$ 이다.

4. 다음 이차함수 중에서 x 축에 관해서 서로 대칭인 이차함수는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

$$\textcircled{\Gamma} y = 4x^2$$

$$\textcircled{\text{L}} y = \frac{1}{4}x^2$$

$$\textcircled{\text{C}} y = -\frac{1}{4}x^2$$

$$\textcircled{\Xi} y = -\frac{1}{16}x^2$$

$$\textcircled{\text{Q}} y = 2x^2$$

$$\textcircled{\text{H}} y = \frac{1}{2}x^2$$

▶ 답 : 쌍

▷ 정답 : 1 쌍

해설

①와 ②

5. 이차함수 $y = 3(x - 2)^2 - 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1 사분면

② 제2 사분면

③ 제3 사분면

④ 제4 사분면

⑤ 없다.

해설

꼭짓점이 $(2, -4)$ 이고 y 절편이 8 이므로
제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

6. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시키면 점 $(p, -18)$ 을 지난다. p 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 0

해설

$y = -2(x - 3)^2$ 에 점 $(p, -18)$ 대입

$$-18 = -2(p - 3)^2, (p - 3)^2 = 9,$$

$$p - 3 = \pm 3, p = 3 \pm 3,$$

따라서 $p = 6$ 또는 $p = 0$ 이다.

7. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

② $y = 2(x - 3)^2 + 4$

③ $y = 3x^2$

④ $y = -3x^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 3x - 1$

해설

위로 볼록하면 x^2 의 계수는 음수이고 폭이 좁으면 x^2 의 계수의 절댓값이 크다.

8. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표를 a , y 축과 교점의 y 좌표를 b 라 할 때, a 와 b 의 값을 구하면?

① $a : -2$ 또는 0 , $b : 0$

② $a : -5$ 또는 -1 , $b : -5$

③ $a : 1$ 또는 -3 , $b : \frac{3}{2}$

④ $a : 1$ 또는 5 , $b : 5$

⑤ $a : 0$ 또는 2 , $b : 0$

해설

$$y = 0 \text{ 을 대입하면 } -2x^2 + 4x = 0$$

$$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

$$x = 0 \text{ 을 대입하면 } y = 0$$

9. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + 6$ 에 대하여 $f(-2) = 8$, $f(1) = b$ 를 만족할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$f(-2) = 4 - 2a + 6 = 8, a = 1$ 이고 $f(1) = 1 + 1 + 6 = 8 = b$
이므로 $b - a = 8 - 1 = 7$ 이다.

10. $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(3, 0)$

② $(0, 3)$

③ $(-2, 0)$

④ $(0, -2)$

⑤ $(-2, 1)$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로

$$1 = -\frac{1}{2} \times (-2)^2 + q, q = 3$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$$

11. 다음 중 이차함수 $y = 2(x - 4)^2 + 2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 (4, 2)이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.
- ④ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
- ⑤ $x > 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = 2(x - 4)^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이고 꼭짓점은 (4, 2), 축의 방정식은 $x = 4$ 이다. $1 < 2$ 이므로 $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다. 아래로 볼록한 포물선이고 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 $x > 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

12. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-7, -1)$

② $(-7, 0)$

③ $(-6, -1)$

④ $(-6, 0)$

⑤ $(-5, -1)$

해설

$y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ 을 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면

$$y = -\frac{1}{3}(x+2+4)^2 - 3 + 3 = -\frac{1}{3}(x+6)^2$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.

13. 이차함수 $y = -2(x+3)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$

② $x > 3$

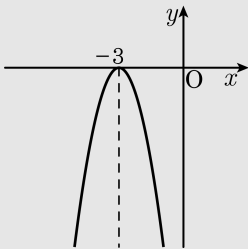
③ $x < -3$

④ $x < 3$

⑤ $x > -3$

해설

$y = -2(x+3)^2$ 의 그래프는 다음과 같다.



즉, 위로 볼록이고, 대칭축은 $x = -3$ 이다. $x > -3$ 에서 x 가 증가하면 y 는 감소한다.

14. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.
- ② 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.
- ④ 포물선과 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, \frac{5}{2})$ 이다.
- ⑤ $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값도 증가한다.

해설

⑤ $x > 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

15. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10 \\ &= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

16. 이차함수 $y = 4x^2 + kx + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 $y = x - 1$ 의 그래프 위에 있고 $x > a$ 이면 y 의 값이 증가하고, $x < a$ 이면 y 의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, $a < 0$)

① $(-1, -1)$

② $(-1, -2)$

③ $(1, 1)$

④ $(1, 2)$

⑤ $(1, 3)$

해설

축의 방정식이 $x = a$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 a 이다.

따라서 $(a, a-1)$ 을 지나므로 $y = 4(x-a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$ 이고 $4a^2 + a - 1 = 2$ 이다.

따라서 $(4a-3)(a+1) = 0$ 이므로 $a = -1(a < 0)$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, -2)$ 이다.

17. $y = -x^2 + 6x - 4 - a$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > 5$

② $a < 5$

③ $a < -5$

④ $a > -5$

⑤ $a < 9$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = 6^2 - 4(-1)(-4 - a) > 0$$

$$\therefore a < 5$$

18. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

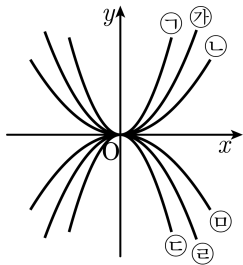
해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$$\therefore ab = \pm 6$$

19. 다음 그림은 모두 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이며, x 축을 기준으로 위, 아래에 놓여있는 그래프는 서로 대칭이다. 그 중 ㉠은 $y = x^2$ 의 그래프이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것을 찾아 기호로 써라.



▶ 답:

▶ 정답: ㉢

해설

$-1 < a < 0$ 이므로 위로 볼록, $|a| < 1$ 이므로 폭은 ㉠ $y = x^2$ 보다 넓은 포물선이다.
따라서 ㉢이다.

20. 포물선 $y = x^2 + ax + a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$y = x^2 + ax + a - 1$ 의
 x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a - 1$ 이다.

$\alpha - \beta = 2$ 이므로

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$4 = a^2 - 4a + 4$$

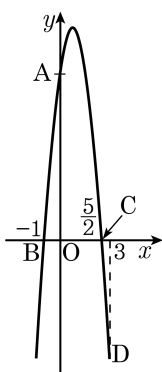
$$a^2 - 4a = 0$$

$$a(a - 4) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = 4$$

따라서 a 의 값의 합은 4이다.

21. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $\frac{35}{2}$ 일 때, $\triangle BCD$ 의 넓이를 구하여라. (단, A, B, C, D는 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 위의 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$A(0, c), B(-1, 0), C\left(\frac{5}{2}, 0\right), D(3, p), \triangle ABC = \frac{1}{2} \times$$

$$\left(1 + \frac{5}{2}\right) \times c = \frac{35}{2}, c = 10$$

$$A(0, 10)$$

$$y = ax^2 + bx + c = a(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right),$$

$$-\frac{5}{2}a = 10, a = -4$$

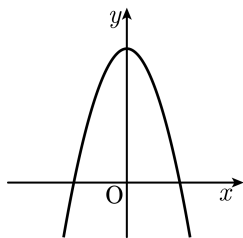
$$y = -4(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right) = -4x^2 + 6x + 10,$$

$y = -4x^2 + 6x + 10$ 에 $D(3, p)$ 를 대입하면

$$p = -36 + 18 + 10 = -8, D(3, -8)$$

$$\therefore \triangle BCD = \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{5}{2}\right) \times 8 = 14 \text{ 이다.}$$

22. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 y 축 위에 있을 때, 이차함수 $y = cx^2 - ax + b$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하여라.



▶ 답 : 사분면

▶ 답 : 사분면

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 1 사분면

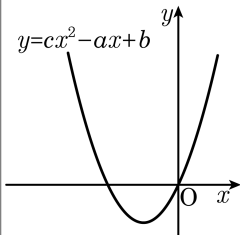
▷ 정답 : 제 2 사분면

▷ 정답 : 제 3 사분면

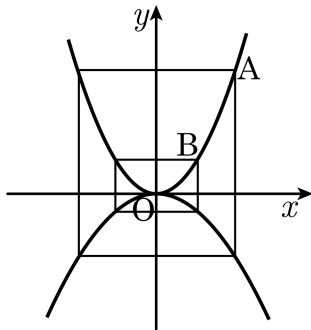
해설

$a < 0, c > 0$ 이고 축이 y 축 위에 있으므로 $b = 0$ 이다.

$y = cx^2 - ax + b$ 에서 아래로 볼록하고 y 축과 만나는 점이 원점이며 $-ac > 0$ 이므로 축은 y 축의 왼쪽에 있다. 따라서 지나는 사분면은 제1, 2, 3사분면이다.



23. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 에 대하여 두 직사각형이 서로 다른 닮음이다. A의 x 좌표를 a , B의 x 좌표를 b 라 할때, ab 의 값을 구하면?



① $\frac{4}{9}$

② $\frac{16}{9}$

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

서로 같지 않은 닮음 이므로 큰 사각형의 가로와 작은 사각형의 세로가 대응변이다.

그러므로 $2a : \frac{3}{2}a^2 = \frac{3}{2}b^2 : 2b$ 에서

$$\frac{9}{4}a^2b^2 = 4ab$$

$$\therefore ab = \frac{16}{9}$$

24. $f(-3) = 15$, $f(x^2) \cdot (x^2 + x + 3) = f(x)$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(-9)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{125}{93}$

해설

$$f(x^2) \cdot (x^2 + x + 3) = f(x) \text{ 에서 } x = -3 \text{ 을 대입하면 } 9f(9) = f(-3) = 15$$

$$\therefore f(9) = \frac{5}{3}$$

따라서

$$f(x^2) \cdot (x^2 + x + 3) = f(x) \text{ 에서 } f(x^2) = \frac{f(x)}{(x^2 + x + 3)} \text{ 이고}$$

$$f(x^2) \cdot (x^2 - x + 3) = f(-x) \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} f(-x) &= f(x^2) \cdot (x^2 - x + 3) \\ &= \frac{f(x)}{(x^2 + x + 3)} \cdot (x^2 - x + 3) \end{aligned}$$

이 식에 $x = 9$ 를 대입하면

$$f(-9) = \frac{5}{93} \times 75 = \frac{125}{93} \text{ 이다.}$$

25. 다음은 $y = 2x^2 - kx + 3$ 이 점 $(1, 1)$ 을 지날 때의 설명을 나타낸 것이다.
이 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.
 ㉡ 직선 $x = 1$ 을 축으로 한다.
 ㉢ x 축과 한 점에서 만난다.
 ㉣ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.
 ㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축으로 -1 , y 축으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉣, ㉤

해설

$y = 2x^2 - kx + 3$ 이 점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = 2 - k + 3, k = 4$

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

㉠ 꼭짓점의 좌표 $(1, 1)$

㉢ x 축과 만나지 않는다.

㉤ x 축으로 1 , y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.