

1. 다음 중에서 이차함수인 것을 모두 고르면?

- ① 반지름의 길이가 $x\text{ cm}$ 인 원의 넓이는 $y\text{ cm}^2$ 이다.
- ② 자동차가 시속 60 km 의 속력으로 x 시간 동안 달린 거리는 $y\text{ km}$ 이다.
- ③ 한 모서리의 길이가 $x\text{ cm}$ 인 정육면체의 부피는 $y\text{ cm}^3$ 이다.
- ④ 가로와 길이가 $x\text{ cm}$, 세로의 길이가 $(x - 3)\text{ cm}$ 인 직사각형의 넓이는 $y\text{ cm}^2$ 이다.
- ⑤ 한 변의 길이가 $x\text{ cm}$ 인 정사각형의 둘레의 길이는 $y\text{ cm}$ 이다.

해설

- ① $y = \pi x^2$
- ② $y = 60x$
- ③ $y = x^3$
- ④ $y = x(x - 3)$
- ⑤ $y = 4x$

2. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 에서 $f(2) + f(0)$ 의 값은?

① 0

② -3

③ 3

④ -6

⑤ 6

해설

$$f(2) = 2^2 - 2 \times 2 - 3 = -3$$

$$f(0) = -3$$

$$\therefore -3 - 3 = -6$$

3. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지날 때, a 의 값은?

① -2

② 2

③ 3

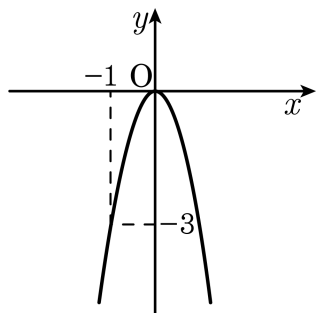
④ -3

⑤ 9

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지나므로
 $27 = a(-3)^2, a = 3$

4. 다음 그림과 같은 그래프가 나타내는 이차함수의 식은?



① $y = -3x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = 3x^2$

④ $y = \frac{1}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 $(-1, -3)$ 을 지나므로 $-3 = a \times (-1)^2, a = -3$
 $\therefore y = -3x^2$

5. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. 이 중 a 의 값이 가장 큰 것은?

- ①

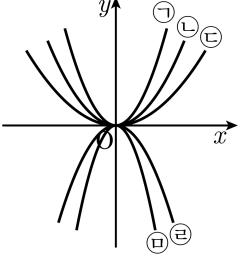
㉠
- ②

㉡
- ③

㉢
- ④

㉣
- ⑤

㉤



해설

$a > 0$ 이고 y 축에 가까울수록 값이 크다.

6. 이차함수 $y = (x - 1)^2 + 4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시킨 그래프의 y 절편이 $3a$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}y &= (x - 1 + 3)^2 + 4 + a \\&= (x + 2)^2 + 4 + a \\&= x^2 + 4x + 8 + a\end{aligned}$$

y 절편이 $8 + a = 3a$ 이므로

$$2a = 8 \text{ 이다.}$$

따라서 $a = 4$ 이다.

7. 다음 중 함수의 그래프가 x 축에 대하여 대칭인 것은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

㉠ $y = -x^2$	㉡ $y = 4x^2$	㉢ $y = -\frac{3}{2}x^2$
㉤ $y = -4x^2$	㉥ $y = \frac{3}{2}x^2$	㉦ $y = -2x^2$
㉧ $y = \frac{1}{2}x^2$	㉨ $y = \frac{2}{3}x^2$	

▶ 답 : 쌍

▷ 정답 : 2 쌍

해설

㉡와 ㉤, ㉢와 ㉦

8. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

9. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 하였더니 점 $(a, 6)$ 을 지난다고 한다. 이때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : -1

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프 는 $y = 3x^2 + 3$ 이고,
점 $(a, 6)$ 을 지나므로 $y = 3x^2 + 3$ 에 대입하면

$$6 = 3 \times a^2 + 3$$

$$3a^2 = 3$$

$$a^2 = 1$$

$$\therefore a = \pm 1$$

10. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동할 때, 대칭축 $x = a$ 는 제 2, 3 사분면을 지난다. 다음 보기 중 a 의 값이 될 수 있는 것을 모두 찾아 기호로 써라.

보기

㉠ $a = -5$

㉡ $a = 2$

㉢ $a = -3$

㉣ $a = 4$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

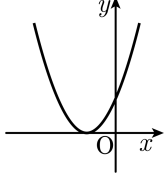
▶ 정답 : ㉢

해설

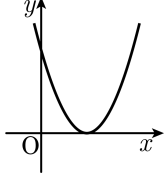
이차함수의 그래프가 왼쪽으로 평행이동해야 하므로 $a < 0$ 이 되어야 한다. 따라서 ㉠, ㉢이다.

11. 일차함수 $y = ax + b(a \neq 0, b \neq 0)$ 의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않을 때, 이차함수 $y = a(x - b)^2$ 의 그래프는?

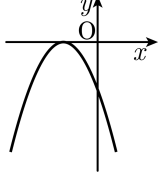
①



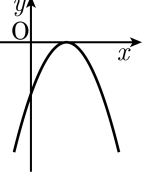
②



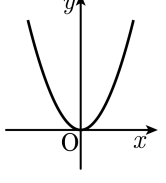
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프가 제 4 사분면을 지나지 않으므로 $a > 0, b > 0$ 이다.

$y = a(x - b)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 모양이고, 꼭짓점은 y 축의 오른쪽에 있다.

12. 다음 보기의 조건을 만족하는 이차함수식은 $y = \frac{1}{a}(x + b)^2 + c$ 의 꼴이다. 이 때, $a + b + c$ 를 구하여라.

보기

- ㉠ 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 폭이 같다.
- ㉡ 꼭짓점은 $(-1, 1)$ 이다.
- ㉢ 아래로 볼록하다.
- ㉣ y 절편이 양수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것은 이차항의 계수가 $\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}$

이고 아래로 볼록하므로 $a = 4$ 이다.

꼭짓점이 $(-1, 1)$ 이므로 $b = 1, c = 1$ 이다.

따라서 $a + b + c = 6$ 이다.

13. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 10 + k$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시켰을 때, x 축과 만나지 않는 k 값의 범위가 $k > a$ 이다. a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수의 식을 정리하면
 $y = 2(x^2 - 6x + 9) - 18 + 10 + k = 2(x - 3)^2 - 8 + k$ 이므로
평행이동한 그래프의 식은 $y = 2(x - 4)^2 - 5 + k$ 이다.
이 그래프가 x 축과 만나지 않으려면
최솟값 $-5 + k$ 가 0 보다 커야 하므로 $k > 5$
따라서 $a = 5$ 이다.

14. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $y = -2x^2 + 2$
- ㉡ $y = 2x^2 - 3$
- ㉢ $y = -2(x + 1)^2$
- ㉤ $y = x^2 + 3x + 3 - 3(x - 1)(x + 1)$
- ㉥ $y = \frac{6x^2 - 2}{3}$

- ① ㉠,㉡,㉢

② ㉠,㉡,㉢

③ ㉠,㉢,㉤

④ ㉠,㉢,㉥

⑤ ㉠,㉤,㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.
따라서 $a = -2$ 인 것은 ㉠,㉢,㉤이다.

15. 이차함수 $y = x^2 + px + 4$ 의 그래프가 점 $(1, 6)$ 을 지난다. 이 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 증가하는 범위가 될 수 있는 것은?

① $x < 1$

② $x < -1$

③ $x > \frac{1}{2}$

④ $x > -\frac{1}{2}$

⑤ $x > 2$

해설

$(1, 6)$ 을 대입하여 p 의 값을 구하면 $p = 1$ 이다.

$p = 1$ 을 대입하면 $y = x^2 + x + 4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 4 - \frac{1}{4}$ 이다.

따라서 축의 방정식은 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로 $x > -\frac{1}{2}$ 일 때 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 따라서 ④이다.

16. 이차함수 $y = ax^2 - 4x + 6$ 과 x 축과의 교점이 (2, 0) 일 때 다른 한 교점의 좌표는?

① (-4, 0)

② (6, 0)

③ (4, 0)

④ (-2, 0)

⑤ (1, 0)

해설

$y = ax^2 - 4x + 6$ 에 (2, 0) 을 대입하면

$$0 = 4a - 8 + 6 \therefore a = \frac{1}{2}$$

$y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입하고,

양변에 2 를 곱하여 정리해주면,

$$x^2 - 8x + 12 = 0, (x - 2)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = 2, 6$$

따라서 다른 한 교점은 (6, 0) 이다.

17. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k > \frac{9}{8}$ ② $k > \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{2}$ ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = (-3)^2 - 4k > 0$$

$$9 - 4k > 0$$

$$\therefore k < \frac{9}{4}$$

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore c = -\frac{9}{2}$

19. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점 $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} - b = 0$,

$$b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$ 는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 3 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3$ 이므로 대칭축은 $x = -\frac{b}{2a}$ 이다.

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$

$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{16}$

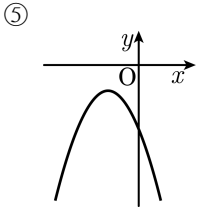
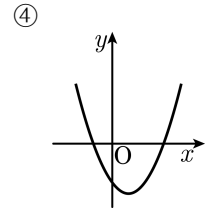
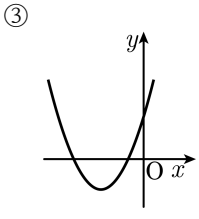
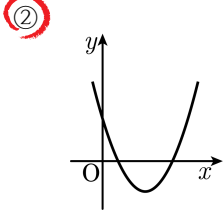
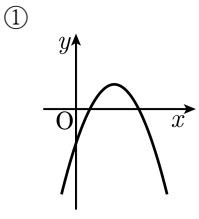
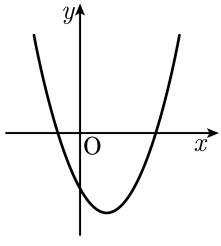
21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (2, 3) 일 때, 이 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않을 a 의 값의 범위는? (단, $a \neq 0$ 임)

- ① $a < -\frac{4}{3}$
- ② $a \leq -\frac{4}{3}$
- ③ $a < \frac{3}{4}$
- ④ $a \leq -\frac{4}{3}$
- ⑤ $a > \frac{4}{3}$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 모양이 다르므로 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각해야 한다면
 $a > 0$ 이면 항상 제 2 사분면을 지난다.
 $a < 0$ 이면 y 절편이 양수일 때에는 제 2 사분면을 지나고 y 절편이 음수이거나 0 일 때 제 2 사분면을 지나지 않는다.
꼭짓점이 (2, 3) 이므로 $y = a(x - 2)^2 + 3$ 이다.
즉, $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 이다.
여기서 y 절편은 $4a + 3$ 이다.
 $4a + 3 \leq 0$
 $\therefore a \leq -\frac{3}{4}$

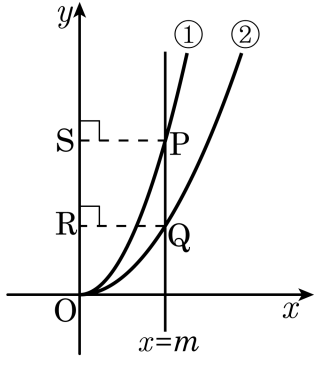
22. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.
따라서, $b < 0$ 이다.
 y 절편이 음수이므로 $-c < 0$, $c > 0$ 이다.
 $y = cx^2 + bx + a$ 에서
 $c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.
 $b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.
 $a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.
따라서 구하는 그래프는 ②이다.

23. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{3}{4}x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{1}$, $y = \frac{1}{3}x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프이다. y 축에 평행한 직선 $x = m (m > 0)$ 이 $\textcircled{1}$ 과 만나는 점을 P, $\textcircled{2}$ 와 만나는 점을 Q라 하고, 두 점 P, Q에서 y 축에 내린 수선이 y 축과 만나는 점을 각각 S, R이라 할 때, $\square PQRS$ 가 정사각형이 되는 m 의 값을 구하면?



- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{13}{5}$

해설

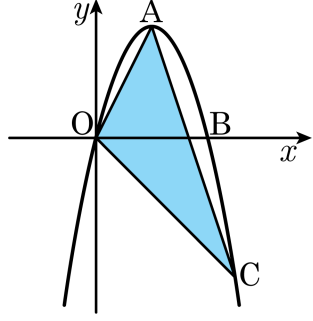
$\square PQRS$ 가 정사각형이 되려면

$\frac{3}{4}m^2 - \frac{1}{3}m^2 = m$ 이어야 한다.

이것을 풀면 $\frac{5}{12}m^2 = m$

따라서 $m > 0$ 이므로 $m = \frac{12}{5}$ 이다.

24. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5$ 가 되는 점 C 의 좌표는? (단, 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 포물선과 x 축과의 교점, 점 C 는 포물선 위에 있는 4 사분면의 점이다.)



- ① (5, -5) ② (4, -3) ③ (6, -2)
 ④ (2, -8) ⑤ (3, -4)

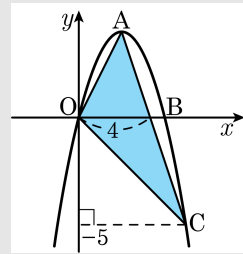
해설

$$y = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4 \text{ 이므로 꼭짓점 } A(2, 4)$$

$$\text{또한 } y = 0 \text{ 일 때, } 0 = -x^2 + 4x \Leftrightarrow x(x-4) = 0$$

$$\text{따라서 점 } B(4, 0) \text{ 이다. } \therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

$$\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5 \text{ 이므로 } \triangle OBC \text{ 의 넓이는 } 10 \text{ 이다.}$$



$\triangle OBC$ 의 밑변을 $\overline{OB} = 4$ 라고 하면 높이는 5 가 된다. 즉 점 C 의 y 좌표가 -5 이다.

$$\text{점 C 의 } x \text{ 좌표를 } c \text{ 라고 하면 } -c^2 + 4c = -5$$

$$c^2 - 4c - 5 = 0 \Leftrightarrow (c-5)(c+1) = 0, c > 0 \text{ 이므로 } c = 5$$

$$\therefore C(5, -5)$$

25. 이차함수 $y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지날 때의 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① 직선 $x = -1$ 을 축으로 한다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 7)$ 이다.
- ③ $y = -2x^2 + 4x + 7$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 7)$ 이다.

해설

$y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면,
 $-2 - a + 7 = 1 \therefore a = 4$
따라서 포물선의 식은 $y = -2x^2 - 4x + 7 = -2(x + 1)^2 + 9$
① 축의 식은 $x = -1$
② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 9)$
③ y 축에 대칭인 그래프는 x 대신 $-x$ 를 대입하면 $y = -2x^2 + 4x + 7$
④ 그래프의 개형 (대략적인 모양) 을 그려보면 x 축과 두 점에서 만난다.
⑤ y 절편은 7 이고 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 7)$