

1. 집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{2, 5, 9, 10\}$, $C = \{2, 3, 5\}$ 일 때, $A \cap (B \cap C)$ 는?

① $\{2, 3\}$

② $\{2, 5\}$

③ $\{2, 3, 5\}$

④ $\{3, 5\}$

⑤ $\{3, 5, 8\}$

해설

$B \cap C = \{2, 5\}$ 이고 A 와의 교집합은 $\{2, 5\}$ 이다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 5, 8, 9, 12\}$, $A \cap B = \{9, 12\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 8, 9, 11, 12\}$ 일 때, 집합 A 는?

① $\{2, 4, 6, 7, 8\}$

② $\{2, 3, 6, 8\}$

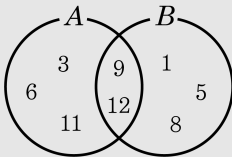
③ $\{3, 6, 8, 9, 12\}$

④ $\{3, 6, 9, 12\}$

⑤ $\{3, 6, 9, 11, 12\}$

해설

벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



그러므로 집합 $A = \{3, 6, 9, 11, 12\}$ 이다.

3. 다음 중 명제의 대우가 참인 것은?

① x 가 유리수이면 x^2 은 유리수이다.

② 두 직사각형의 넓이가 같으면 두 직사각형은 합동이다.

③ $x^2 = y^2$ 이면 $x = y$ 이다.

④ 닮음인 두 삼각형은 합동이다.

⑤ x 또는 y 가 무리수이면 $x + y$ 가 무리수이다.

해설

명제의 대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

4. 집합 $A = \{\emptyset, a, \{a, b\}, \{c, d, e\}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$A = \{\emptyset, a, \{a, b\}, \{c, d, e\}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \text{ 에서 } n(A) = 4, n(B) = 6 \text{ 이므로}$$

$$n(A) + n(B) = 10 \text{ 이다.}$$

5. $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수 중 소수인 수}\}$ 일 때, A 의 부분집합의 개수를 구하면?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 15 개 ⑤ 32 개

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이고, 그중 소수는 2, 3이므로 $A = \{2, 3\}$ 이다.

따라서 A 의 부분집합의 개수는 $2^2 = 4$ (개)이다.

6. 집합 $A = \{1, 3, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

집합 A 의 원소의 개수를 a 개라 하면 원소 1, n 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 2^{a-2} 개이다.

$$2^{a-2} = 32 = 2^5$$

$$a - 2 = 5 \text{ 이므로 } a = 7$$

따라서 집합 A 의 원소의 개수가 7 개이므로 n 의 값은 13 이다.

7. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

‘ n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.’

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 8가지

해설

명제가 거짓임을 보이는 반례는 n^2 이 12의 배수이면서 n 이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉, n 은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$$n \in \{6 \times 1, 6 \times 3, 6 \times 5, 6 \times 7, 6 \times 9, 6 \times 11, 6 \times 13, 6 \times 15\}$$

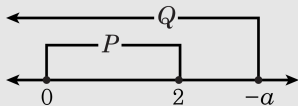
8. 실수 x 에 대한 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2$, $q : x + a \leq 0$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : -2

해설

p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $Q = \{x | x \leq -a\}$



위의 그림에서 $P \subset Q$ 하려면 $2 \leq -a$, $a \leq -2$ 따라서 a 의 최댓값은 -2

9. 다음 ()에 『필요, 충분, 필요충분』 중에서 알맞은 것을 차례대로 써 넣어라.

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 ()조건이다. 평행사변형은 직사각형이기 위한 ()조건이다.

▶ 답: 조건

답 :

조건

▶ 답: 조건

답 :

조건

▶ 정답 : 충분조건

정답 : 충분조건

▷ 정답 : 필요조건

정답 : 필요조건

해설

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 충분 조건이다. 평행사변형은 직사각형이기 위한 필요 조건이다.

10. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p, q 는 각각 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이때, p 는 q 이기 위한 어떤 조건인지를 말하여라.



답 :

조건



정답 : 충분조건

해설

p 는 r 이기 위한 충분조건이므로 $p \Rightarrow r$

q 는 r 이기 위한 충분조건이므로 $q \Rightarrow r$

s 는 r 이기 위한 필요조건이므로 $r \Rightarrow s$

q 는 s 이기 위한 필요조건이므로 $s \Rightarrow q$

따라서, $p \Rightarrow r \Rightarrow s \Rightarrow q$

$\therefore p \Rightarrow q$

그러나 $q \Rightarrow p$ 인지는 알 수 없다.

$\therefore p$ 는 q 이기 위한 충분조건이다.

11. 부등식 $7^{20} < n^{10}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$\frac{7^{20}}{n^{10}} = \frac{(7^2)^{10}}{n^{10}} = \left(\frac{49}{n}\right)^{10} < 1$$

$$\frac{49}{n} < 1 \text{ 이므로 } n > 49$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 50 이다.

12. 자연수 전체의 두 부분집합 A, B 가 각각 $A = \{a \mid a \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{b \mid b \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$ 일 때, $(B - A) \cup X = X$, $B \cap X = X$ 를 모두 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 8 개 ② 10 개 ③ 12 개 ④ 14 개 ⑤ 16 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이므로 $B - A = \{8, 16\}$

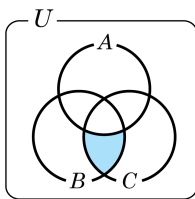
또 $(B - A) \cup X = X$ 에서

$(B - A) \subset X$, $B \cap X = X$ 에서 $X \subset B$ 이므로 $(B - A) \subset X \subset B$

$\therefore \{8, 16\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 8, 16\}$

즉, 집합 X 는 8, 16 을 반드시 원소로 갖는 집합 B 의 부분집합
이므로 구하는 집합 X 의 개수는 $2^3 = 8$ (개)

13. 전체집합 U 에 대하여 세 부분집합 A, B, C 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 색칠된 부분을 나타내는 집합을 모두 고르면?



① $A^c \cap B \cap C$

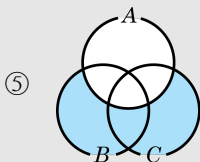
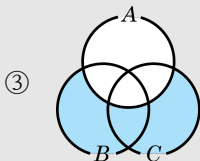
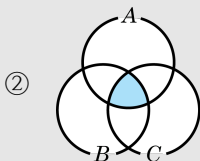
② $A \cap B \cap C$

③ $(B \cup C) - A$

④ $(B \cap C) - A$

⑤ $(B - A) \cup (C - A)$

해설



14. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$ 이다.

② $A \subset B$ 이면 $A^c \subset B^c$ 이다.

③ $B - A = B \cap A^c$

④ $A \cap \emptyset^c = A$

⑤ $U - \emptyset = A \cap A^c$

해설

② $A \subset B$ 이면 $A^c \supset B^c$ 이다.

④ $A \cap \emptyset^c = A \cap U = A$

⑤ $U - \emptyset = U = A \cup A^c$

15. 두 조건 p, q 가 $p : |x| < a, q : |x - 1| \geq 3$ 과 같이 주어져 있다. 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참일 때, 양수 a 의 범위를 구하면?

① $0 < a \leq 4$

② $a > 4$

③ $a \geq 4$

④ $a > 2$

⑤ $2 \leq a \leq 4$

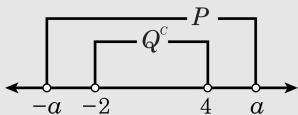
해설

$$\sim p \rightarrow q \Rightarrow \sim q \rightarrow p \Rightarrow Q^c \subset P$$

$$P = \{x | -a < x < a\}$$

$$Q = \{x | x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 4\}$$

$$Q^c = \{x | -2 < x < 4\}$$



$$-a \leq -2 \rightarrow a \geq 2, a \geq 4$$

$$\therefore a \geq 4$$