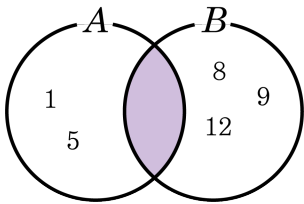


1. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 12\}$ 일 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

색칠한 부분은 집합 A 와 집합 B 의 공통 부분인 교집합에 해당한다.

$A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 12\}$ 이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.

그러므로 색칠한 부분의 원소는 3, 7 이다.

원소의 개수는 2 개이다.

2. 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 조건 ' $x^2 - 6x + 8 = 0$ '의 진리집합은 $\{2, 3\}$ 이다.
- ② 조건 ' x 는 소수이다.'의 진리집합은 $\{1, 3, 5\}$ 이다.
- ③ 조건 ' x 는 4의 약수이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 2, 4\}$ 이다.
- ④ 조건 ' $0 \leq x < 4$ 이고 $x \neq 2$ 이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$ 이다.
- ⑤ 조건 ' x 는 6의 약수이다.'의 진리집합은 $\{1, 2, 3\}$ 이다.

해설

- ① $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ 또는 $x = 4$
 , 따라서, 진리집합은 $\{2, 4\}$
- ② 소수는 2, 3, 5 이므로 진리집합은 $\{2, 3, 5\}$
- ③ 4의 약수는 1, 2, 4 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 4\}$
- ④ $x = 0, 1, 2, 3$ 이고 $x \neq 2$ 이므로 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$
- ⑤ 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고 6의 약수는 1, 2, 3, 6 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 3, 6\}$

3. 명제 ‘ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.’는 거짓이다.
다음 중에서 반례인 것은?

① $x = 1$

② $x = 12$

③ $x = 10$

④ $x = 8$

⑤ $x = 4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것이 반례가 된다.
즉, $x = 10$ 은 4의 배수가 아니지만 2의 배수가 되므로 반례로 적당하다.

4. 다음은 임의의 자연수 n 에 대하여 『 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.』 임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

주어진 명제의 (가)를 구해보면 『 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.』이 때, n 이 짝수이면 $n =$ (나) (단, k 는 자연수)
따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2 도 짝수이다.

- ① 대우, $2k$ ② 대우, $4k$ ③ 대우, $2k + 1$
④ 역, $2k + 1$ ⑤ 역, $4k^2$

해설

『 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.』의 대우는 『 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.』
∴ (가)-대우 n 이 짝수이면 $n = 2k$
∴ (나)- $2k$

5. 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $1 < x \leq 3$ 은 $x > -2$ 이기 위한 (가)조건이다.
 - $2x = 4$ 는 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 이기 위한 (나)조건이다.

- ① 필요, 필요

② 필요, 충분

③ 충분, 충분

④ 충분, 필요

⑤ 충분, 필요충분

해설

$P = \{x \mid 1 < x \leq 3\}$,
 $Q = \{x \mid x > -2\}$ 라고 하면
 $P \subset Q$, $\therefore$ 충분조건
 $R = \{x \mid 2x = 4\} = \{2\}$,
 $S = \{x \mid x^2 - 4x + 4 = 0\} = \{2\}$ 라고 하면
 $R = S$, $\therefore$ 필요충분조건

6. 다음 두 식의 대소를 바르게 비교한 것은?

$$A = 3x^2 - xy + 2y^2$$
$$B = 2x^2 + 3xy - 3y^2$$

- ① $A < B$

② $A \leq B$

③ $A > B$

④ $A \geq B$

⑤ $A = B$

해설

$$\begin{aligned} A - B &= 3x^2 - xy + 2y^2 - (2x^2 + 3xy - 3y^2) \\ &= x^2 - 4xy + 5y^2 \\ &= x^2 - 4xy + 4y^2 + y^2 \\ &= (x - 2y)^2 + y^2 \geq 0 \end{aligned}$$

따라서 $A - B \geq 0$ 이므로 $A \geq B$

7. 두 집합

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 12 ⑤ 18

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 이다. 집합 A 는 12의 약수들의 모임이므로 $a = 12$ 이다.

8. 다음 표는 역대 올림픽에서 우리나라가 획득한 메달 수를 집계한 것이다. 다음 물음에 답하여라.

연도	개최지	금	은	동	합계
1948	런던	0	0	2	2
1952	헬싱키	0	0	2	2
1956	멜버른	0	1	1	2
1964	도쿄	0	2	1	3
1968	멕시코시티	0	1	1	2
1972	뮌헨	0	1	0	1
1976	몬트리올	1	1	4	6
1984	로스앤젤레스	6	6	7	19
1988	서울	12	10	11	33
1992	바르셀로나	12	5	12	29
1996	애틀랜타	7	15	5	27
2000	시드니	8	10	10	28
2004	아테네	9	12	9	30
2008	베이징	13	10	8	31

메달을 30 개 이상 획득한 대회의 개최 도시의 집합을 A , 메달을 20 개 이상 획득한 대회의 개최 도시의 집합을 B 라 할 때, 다음 중 알맞은 것을 모두 고르면?

- ①

$A \subset B$
- ②

$B \subset A$
- ③

$A \neq B$
- ④

$A = B$
- ⑤

$A \not\subset B$

해설

메달을 30 개 이상 획득한 개최 도시를 표에서 구하면
 $A = \{서울, 아테네, 베이징\}$ 이다.
메달을 20 개 이상 획득한 개최 도시는
 $B = \{서울, 바르셀로나, 애틀랜타, 시드니, 아테네, 베이징\}$ 이다.
그러므로 알맞은 것은 $A \subset B, A \neq B$ 이다.

10. 다음 명제의 참, 거짓을 써라. (단, x, y 는 실수)
' $xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.'

▶ 답 :

▷ 정답 : 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

대우 : $x = 0, y = 0 \Rightarrow xy = 0$ (참)

11. 전제집합 $U = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하자. $P = \{-1, 0, 1\}$, $Q = \{-1, a + 3\}$, $R = \{2, 4, 2a + 7\}$ 이고 $q \rightarrow p, p \rightarrow \sim r$ 가 항상 참일 때, a 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$q \rightarrow p, p \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 $Q \subset P, P \subset R^c$
 $\therefore Q \subset P \subset R^c$
 $\{-1, a + 3\} \subset \{-1, 0, 1\} \subset \{2, 4, 2a + 7\}^c$
 $\{-1, a + 3\} \subset \{-1, 0, 1\} \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 에서 $a + 3 = -1$ 또는 0 또는 1
 $\therefore a = -4$ 또는 -3 또는 -2
 $\{-1, 0, 1\} \subset \{2, 4, 2a + 7\}^c \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2}$ 에서 $2a + 7 \neq -1, 0, 1$
 $2a \neq -8, -7, -6$
 $\therefore a \neq -4, -\frac{7}{2}, -3$
따라서 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 동시에 만족시키는 a 의 값은 -2 이다.

12. 두 집합 $A = \{0, 1, \{\emptyset\}, \{0, 1, \emptyset\}\}$, $B = \{a, b, \{a, b, c\}\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 를 구하면?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

집합 안에 집합이 포함되어 있을 경우 포함된 집합을 하나의 원소로 여기어 원소의 개수를 센다.

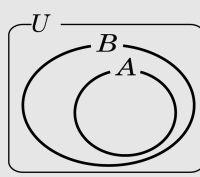
$n(A) = 4, n(B) = 3$ 이므로 $n(A) - n(B) = 1$ 이다.

13. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $[(A \cap B) \cup (B - A)] \cap A = A$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $A \cup B = A$ ② $A \cap B = B$ ③ $A - B = U$
 ④ $A^c \cup B = U$ ⑤ $(A \cap B)^c = B^c$

해설

$(A \cap B) \cup (B - A) = B$
 $\therefore$ 준식 : $B \cap A = A \Rightarrow A \subset B$
 $\therefore A^c \cup B = U$
 ① $A \cup B = B$
 ② $A \cap B = A$
 ③ $A - B = \emptyset$
 ⑤ $(A \cap B)^c = A^c$



14. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 7\text{의 배수인 자연수}\}$, $B = \{2, 3, 7, 8\}$ 에 대하여 $(B - A) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 64개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, B = \{2, 3, 7, 8\}$$
$$(B - A) \cup X = X \circledast \text{므로 } (B - A) \subset X,$$
$$(A \cup B) \cap X = X \circledast \mid \text{므로 } X \subset (A \cup B),$$
$$\{7, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\},$$

따라서, 집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 7, 8을 반드시

포함하는 집합이므로

 $2^{8-2} = 2^6 = 64(\text{개})$ 이다.

15. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건, r 은 q 이기 위한 필요조건, s 는 $\sim r$ 이기 위한 충분조건 일 때 다음 중 옳은 것은?

① $r \rightarrow q$

② $q \rightarrow \sim p$

③ $s \rightarrow \sim q$

④ $\sim s \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim r \rightarrow p$

해설

$$p \rightarrow q \quad s \rightarrow \sim r \quad q \rightarrow r$$

$$q \rightarrow r \text{의 대우} : \sim r \rightarrow \sim q$$

$$\therefore s \rightarrow \sim r, \sim r \rightarrow \sim q \text{ 이므로 } s \rightarrow \sim q$$