

1. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ 일 때, $bx^2 + ax + 1 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{5}\right) = 0,$$

$$x^2 - \frac{8}{15}x + \frac{1}{15} = 0 \Rightarrow x^2 + ax + b = 0$$

$$a = -\frac{8}{15}, b = \frac{1}{15}$$

$$bx^2 + ax + 1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{15}x^2 - \frac{8}{15}x + 1 = 0$$

의 양변에 15 를 곱하면

$$x^2 - 8x + 15 = 0, (x - 5)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = 3$$

2. 이차방정식 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 + 6x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = 4, x = -2$$

$$\therefore (\text{두 근의 합}) = 2$$

$$x = 2 \text{ 를 } 3x^2 + 6x + a = 0 \text{ 에 대입하면}$$

$$3 \times 2^2 + 6 \times 2 + a = 0$$

$$a = -24$$

$$3x^2 + 6x - 24 = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = 2, x = -4$$

3. 이차방정식 $x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하고 $2x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 c, d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

$2x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore a + b + c + d$$

$$= -1 - \sqrt{5} - 1 + \sqrt{5} + \frac{-1 + \sqrt{7}}{2} + \frac{-1 - \sqrt{7}}{2}$$

$$= -3$$

4. 이차방정식 $(x-1)^2 = x+3$ 을 근의 공식을 이용하여 풀면 근은 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, 상수 $A+B$ 의 값은?

① -20 ② -16 ③ 16 ④ 20 ⑤ 26

해설

식을 정리하면 $x^2 - 3x - 2 = 0$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$\therefore A = 3, B = 17$

$\therefore A+B = 20$

5. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?
- ① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.
 - ② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다
 - ③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$ 이다.
 - ④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다
 - ⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1 - a^2) = 4(1 + a)(1 - a)$

① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$

④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.

⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

6. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는 어느 것인가?

① $x^2 + 3x - 2 = 0$

② $3x^2 + 2x + 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 3$

해설

② $\frac{D}{4} = 1 - 3 \times 10 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

7. 다음식이 x 에 관한 일차식이 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{3x^2 + 2x - (k - 3)}{7}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{8}{3}$

해설

$\frac{3}{7}x^2 + \frac{2}{7}x - \frac{k-3}{7} = 0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 7을 곱하면

$$3x^2 + 2x - k + 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 3 \times (-k + 3) = 0$$

$$1 + 3k - 9 = 0, 3k = 8$$

$$\therefore k = \frac{8}{3}$$

8. 이차방정식 $(x+5)^2 = a$ 의 해가 1개일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

$(x+5)^2 = a$ 가 중근을 가지므로

$$25 - a = \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$\therefore a = 0$$

9. 다음은 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 에 대한 설명이다. 옳은 것은 몇 개인가?

- ㉠ $a = 0$ 이면 중근을 갖는다.

㉡ $a = 9$ 이면 근은 없다.

㉢ $a \leq 9$ 이면 적어도 하나의 근을 갖는다.

㉣ $a > 9$ 이면 근이 2개이다.

㉤ a 의 값에 관계없이 두 근을 갖는다.

① 5개 ② 4개 ③ 3개 ④ 2개 ⑤ 1개

해설

- $D = 36 - 4a$ 이므로
- ㉠ $a = 0$ 이면 $D > 0$ 이므로 두 근을 갖는다. (거짓)

㉡ $a = 9$ 이면 $D = 0$ 이므로 중근을 갖는다.(거짓)

㉢ $a \leq 9$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 적어도 하나의 근을 갖는다.(참)

㉣ $a > 9$ 이면 $D < 0$ 이므로 근은 없다.(거짓)

㉤ $a > 9$ 일 때 두 근을 갖는다.(거짓)

10. 이차방정식 $x^2+6x+k+1=0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 9 - (k + 1) = 0$$

$$9 - k - 1 = 0$$

$$\therefore k = 8$$

11. 자연수 1에서 $n-1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 7부터 $n-1$ 까지의 합이 57일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} & (7+8+9+\cdots+n-1) \\ &= (1+2+\cdots+n-1)-(1+2+3+4+5+6) \\ & \frac{(n-1)n}{2}-21=57 \text{ 이므로} \\ & n(n-1)=156 \\ & n^2-n-156=(n+12)(n-13)=0 \\ & n>0 \text{ 이므로 } n=13 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

12. 어떤 모임의 회원 n 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수가 90 가지 일 때, 모임의 회원 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

n 명 중에서 2 명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수는 $n(n-1)$ 이다.

$$n(n-1) = 90$$

$n^2 - n - 90 = 0$ 이고,

$$(n+9)(n-10) = 0 \text{ 이다.}$$

따라서 $n = 10$ (n 은 자연수) 이다.