1. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 해가 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ 일 때, $bx^2+ax+1=0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=3$

▷ 정답 : $x=5$

해설

$\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{5}\right)=0,$

$x^2-\frac{8}{15}x+\frac{1}{15}=0 \Rightarrow x^2+ax+b=0$

$a=-\frac{8}{15},\ b=\frac{1}{15}$

$bx^2+ax+1=0 \Rightarrow \frac{1}{15}x^2-\frac{8}{15}x+1=0$

의 양변에 15 를 곱하면

$x^2-8x+15=0,\ (x-5)(x-3)=0$

$\therefore\ x=5$ 또는 $x=3$

2. 이차방정식 $x^2 + ax - 20 = 0$ 의 한 근이 5 이고, 다른 한 근은 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 근일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 44 ② -44 ③ 45 ④ -45 ⑤ -50

해설

$x = 5$ 를 $x^2 + ax - 20 = 0$ 에 대입하면

$25 + 5a - 20 = 0$

$\therefore\ a = -1$

$x^2 - x - 20 = (x - 5)(x + 4) = 0$

따라서 다른 한 근은 $x = -4$ 이다.

$x = -4$ 를 $2x^2 - 3x + b = 0$ 에 대입하면

$32 + 12 + b = 0$ 이다.

$\therefore\ b = -44$

$\therefore\ a + b = -1 + (-44) = -45$

3. 다음식이 x 에 관한 일차식이 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{3x^2+2x-(k-3)}{7}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{3}$

해설

$\frac{3}{7}x^2+\frac{2}{7}x-\frac{k-3}{7}=0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 7을 곱하면

$3x^2+2x-k+3=0$

$\frac{D}{4}=1-3\times(-k+3)=0$

$1+3k-9=0,\ 3k=8$

$\therefore\ k=\frac{8}{3}$

4. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값은? (단, $m > 0$)

$$x^2 - m(2x-1) + 2 = 0$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - m(2x-1) + 2 = 0$ 에서 $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$

$D = (2m)^2 - 4(m+2) = 0$

$4m^2 - 4m - 8 = 0$

$m = 2$ 또는 $m = -1$

따라서 $m = 2$ 이다. ($\because m > 0$)

5. 자연수 1에서 $n-1$까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$이다. 자연수 7부터 $n-1$까지의 합이 57일 때, n의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$(7+8+9+\cdots+n-1)$

$=(1+2+\cdots+n-1)-(1+2+3+4+5+6)$

$\frac{(n-1)n}{2}-21=57$이므로

$n(n-1)=156$

$n^2-n-156=(n+12)(n-13)=0$

$n>0$이므로 $n=13$이다.

6. 1 에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 78 이 되려면 1 에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\frac{n(n+1)}{2} = 78$, $n(n+1) = 156$,

$n^2 + n - 156 = 0$,

$(n+13)(n-12) = 0$,

$n = -13$ 또는 $n = 12$,

따라서 n 은 자연수이므로 $n = 12$ 이다.