

1. 다음 연립부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \leq 0 \\ x^2 + 2x + 2 \geq 0 \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

해설

$$x^2 - 2x + 1 \leq 0 \rightarrow (x - 1)^2 \leq 0$$

$(x - 1)^2$ 은 항상 0 이상이므로

만족하는 해는 $x = 1$ 이 유일

$$x^2 + 2x + 2 = (x + 1)^2 + 1 > 0$$

$$\rightarrow (x + 1)^2 + 1 \geq 1$$

∴ 모든 실수

$$\therefore x = 1$$

2. 두 점 $A(1, -3)$, $B(3, 7)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 3으로 내분하는 점 $P(a, b)$ 와 2: 3으로 외분하는 점 $Q(c, d)$ 에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값은?

① $-\frac{134}{5}$

② $-\frac{116}{5}$

③ $\frac{134}{5}$

④ $\frac{116}{5}$

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} P(a, b) &= \left(\frac{2 \times 3 + 3 \times 1}{2 + 3}, \frac{2 \times 7 + 3 \times (-3)}{2 + 3} \right) \\ &= \left(\frac{9}{5}, 1 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(c, d) &= \left(\frac{2 \times 3 - 3 \times 1}{2 - 3}, \frac{2 \times 7 - 3 \times (-3)}{2 - 3} \right) \\ &= (-3, -23) \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = \frac{9}{5} + 1 - 3 - 23 = -\frac{116}{5}$$

3. 일차함수 $y = (a - 2)x + b + 2$ 의 그래프가 x 축의 양의 방향과 45° 의 각을 이루고, y 절편이 5 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① 0

② 3

③ 6

④ -6

⑤ -3

해설

$y = (a - 2)x + b + 2$ 의 그래프가
 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가
 45° 이므로

$$a - 2 = \tan 45^\circ = 1 \text{ 에서 } a = 3$$

또, y 절편이 5 이므로

$$b + 2 = 5 \text{ 에서 } b = 3$$

$$\therefore a + b = 6$$

4. 점 (3, 2) 를 지나고 직선 $-2x+y+5=0$ 에 평행한 직선의 방정식은?

① $x - y - 1 = 0$

② $2x - y - 3 = 0$

③ $2x - y - 4 = 0$

④ $2x - 5y + 4 = 0$

⑤ $-2x + y - 4 = 0$

해설

직선 $-2x + y + 5 = 0$

즉 $y = 2x - 5$ 와 평행한 직선의 기울기는 2 이다.

이 때, 점 (3, 2) 를 지나므로

구하는 직선의 방정식은

$$y - 2 = 2(x - 3), \quad \therefore y = 2x - 4$$

$$\therefore 2x - y - 4 = 0$$

5. 중심이 $(1, 3)$ 이고, x 축에 접하는 원의 반지름의 길이는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

x 축에 접하는 원의 반지름은 y 좌표의 절댓값과 같으므로,

$$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

6. 두 원 $(x+1)^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 2 = 0$ 의 공통접선의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$(x+1)^2 + y^2 = 1$ 에서 이 원의 중심을 C_1 이라
하면 점 C_1 의 좌표는 $(-1, 0)$ 이고
반지름의 길이는 1 이다.

$x^2 + y^2 - 6x - 6y + 2 = 0$ 에서
 $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 16$ 이므로
이 원의 중심을 C_2 이라 하면
점 C_2 의 좌표는 $(3, 3)$ 이고
반지름의 길이는 4 이다.

$\overline{C_1 C_2} = 5$ 이고

두 원의 반지름의 길이는 1, 4 이므로
두 원은 서로 외접하게 된다.
따라서 공통접선은 3 개이다.

7. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + 1, y - 2)$ 에 의하여 점(3, 3)은 어느 점에서 옮겨진 것인가?

① (0, 0)

② (3, 3)

③ (1, -2)

④ (-1, 2)

⑤ (2, 5)

해설

평행이동 f 는 x 축의 방향으로 +1, y 축의 방향으로 -2만큼 평행 이동하는 변환이므로 $(a+1, b-2) = (3, 3)$ 따라서 $a = 2, b = 5$

8. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = 1$

② $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$

③ $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$

④ $x^2 + (y + 2)^2 = 1$

⑤ $(x - 2)^2 + y^2 = 1$

해설

$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 에서

$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$

㉠을 y 축에 대하여 대칭이동하면

$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 1 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$

㉡을 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면

$x^2 + (y - 1)^2 = 1 \dots\dots \textcircled{\text{㉢}}$

㉢을 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

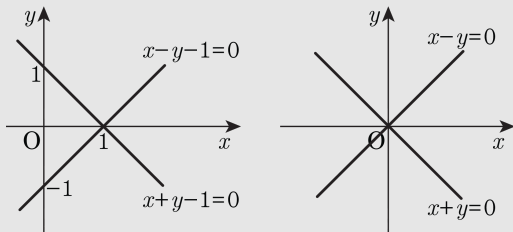
$x^2 + (y + 2)^2 = 1$

9. 좌표평면에서 두 영역 $(x+y-1)(x-y-1) = 0$, $x^2 - y^2 = 0$ 을 동시에 만족하는 (x, y) 의 개수는?

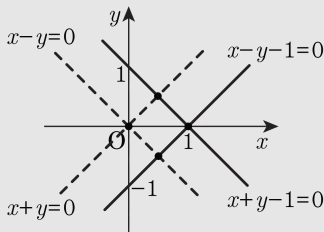
- ① 무한히 많다. ② 0개 ③ 1개
 ④ 2개 ⑤ 4개

해설

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



이것을 하나의 좌표평면에 그리면



위에서 점선과 실선의 교점의 개수는 2개이다.

10. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 x 값이
될 수 없는 것은?

① $2\sqrt{2}$

② $-\sqrt{3}$

③ $\sqrt{5}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ $-\sqrt{5}$

해설

$$x^2 - xy - 2y^2 = (x - 2y)(x + y) = 0$$

㉠ $x = 2y$ 일 때

$$(2y)^2 + y^2 = 5y^2 = 10$$

$$y^2 = 2,$$

$$y = \pm\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} x = 2\sqrt{2}, y = \sqrt{2} \\ x = -2\sqrt{2}, y = -\sqrt{2} \end{cases}$$

㉡ $x = -y$ 일 때

$$(-y)^2 + y^2 = 2y^2 = 10,$$

$$y^2 = 5,$$

$$y = \pm\sqrt{5}$$

$$\begin{cases} x = -\sqrt{5}, y = \sqrt{5} \\ x = \sqrt{5}, y = -\sqrt{5} \end{cases}$$

11. 다음 두 방정식이 공통근 α 를 갖는다. 이 때, $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 + (m + 2)x - 4 = 0, x^2 + (m + 4)x - 6 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

두 방정식의 공통근이 α 이므로

$$\alpha^2 + (m + 2)\alpha - 4 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\alpha^2 + (m + 4)\alpha - 6 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{ 에서 } -2\alpha + 2 = 0 \therefore \alpha = 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 을 } \textcircled{㉠} \text{ 에 대입하면 } 1 + m + 2 - 4 = 0$$

$$\therefore m = 1$$

$$\therefore m + \alpha = 2$$

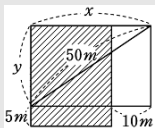
12. 대각선의 길이가 50m 인 직사각형 모양의 땅이 있다. 이 땅의 세로를 5m 늘리고, 가로를 10m 줄이면 넓이가 50m^2 만큼 늘어난다. 처음 직사각형의 가로의 길이를 구하여라. (단위는 생략할 것)

▶ 답 : m

▷ 정답 : 48m

해설

처음 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 $x\text{m}$, $y\text{m}$ 라 하면



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 50^2 \cdots \textcircled{㉠} \\ (x - 10)(y + 5) = xy + 50 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡을 정리하면 $5x - 10y = 100$

$$\therefore x = 2y + 20 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉢을 ㉠에 대입하면

$$(2y + 20)^2 + y^2 = 50^2$$

$$y^2 + 16y - 420 = 0$$

$$(y - 14)(y + 30) = 0$$

$$\therefore y = 14, -30$$

그런데 $0 < y < 50$ 이므로 $y = 14$

이것을 ㉢에 대입하면 $x = 48$

13. 방정식 $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 을 만족하는 두 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4x + 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$$

$$x, y \text{ 는 실수이므로 } x = -1, y = 2$$

$$\therefore x + y = -1 + 2 = 1$$

14. 이차방정식 $2x^2 - 5x + k = 0$ 의 근이 유리수가 되는 k 의 최대 정수값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근이 유리수이므로, 판별식 $D \geq 0$ 이어야 한다.

$D = 25 - 8k \geq 0$ 곧, $k \leq \frac{25}{8}$ 이어야 한다.

k 는 정수이므로 $k = 3, 2, 1, \dots$ 이고,

이 중 $D \geq 0$ 조건을 만족하는 최대 정수는 $k = 3$ 이다.

15. 방정식 $2xy-4x-y=4$ 를 만족하는 양의 정수 x, y 를 구하면 $\begin{cases} x = \alpha \\ y = \beta \end{cases}$,

$$\begin{cases} x = \gamma \\ y = \delta \end{cases} \text{ 이다.}$$

$\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

주어진 식을 변형하면 $(2x-1)(y-2)=6$

조건에서 x, y 가 양의 정수이므로

$2x-1, y-2$ 도 각각 정수이고 특히 $2x-1$ 은 양의 홀수이다.

$$\therefore \begin{cases} 2x-1=1 \\ y-2=6 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} 2x-1=3 \\ y-2=2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma + \delta = 15$$

16. 부등식 $2|x+2| + |x-2| < 6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

i) $x < -2$ 일 때

$$-2(x+2) - (x-2) < 6, \quad x > -\frac{8}{3}$$

$$\text{공통부분은 } -\frac{8}{3} < x < -2$$

ii) $-2 \leq x < 2$ 일 때

$$2(x+2) - (x-2) < 6, \quad x < 0$$

$$\text{공통부분은 } -2 \leq x < 0$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2(x+2) + (x-2) < 6, \quad x < \frac{4}{3}$$

$$\text{공통부분은 없음}$$

$$\text{i), ii), iii)을 모두 합하면 } -\frac{8}{3} < x < 0$$

정수 x : $-2, -1$ (2개)

17. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, 이차부등식 $cx^2 - bx + a > 0$ 의 해는?(단, $\alpha > 0$ 이다.)

① $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$

② $-\beta < x < -\alpha$

③ $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

④ $x > \frac{1}{\alpha}, x < \frac{1}{\beta}$

⑤ $x > -\frac{1}{\beta}, x < -\frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이므로

$$a < 0, \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$cx^2 - bx + a > 0$$

에서 $a < 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면

$$\frac{c}{a}x^2 - \frac{b}{a}x + 1 < 0$$

$$\therefore \alpha\beta x^2 + (\alpha + \beta)x + 1 < 0$$

$$\therefore (\alpha x + 1)(\beta x + 1) < 0 \text{이고}$$

$$0 < \alpha < \beta \text{에서 } \frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta} \text{이므로}$$

$$-\frac{1}{\alpha} < -\frac{1}{\beta}$$

$$\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$$

18. 점 $A(4, 0)$ 과 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점을 이은 선분의 중점의 자취의 넓이는?

① $\frac{\pi}{6}$

② $\frac{\pi}{2}$

③ $\frac{\pi}{3}$

④ $\frac{\pi}{4}$

⑤ π

해설

$x^2 + y^2 = 4$ 위의 점을 $P(a, b)$ 라 하면
 $A(4, 0), P(a, b)$ 의 중점의 좌표 $M(x, y)$ 는

$M\left(\frac{a+4}{2}, \frac{b}{2}\right)$ 이다.

$$\therefore x = \frac{a+4}{2}, y = \frac{b}{2}$$

$$\therefore a = 2x - 4, b = 2y$$

이 때, 점 P 는 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점이므로 $a^2 + b^2 = 4$ 가 성립한다.

$$(2x - 4)^2 + (2y)^2 = 4, (x - 2)^2 + y^2 = 1$$

따라서 구하는 중점의 자취는 중심이 $(2, 0)$,

반지름의 길이가 1 인 원이므로

원이 넓이 S 는 $S = \pi \cdot 1^2 = \pi$

19. 원 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 5$ 를 원 $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 5$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $x+3y+2=0$ 은 직선 $x+ay+b=0$ 으로 옮겨진다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=2$

해설

원의 평행이동은 원의 중심의 평행이동과 일치하므로
주어진 두 원의 중심의 좌표를 구하면

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 5 \rightarrow \text{원의 중심} : (2, 3)$$

$$(x+1)^2 + (y-5)^2 = 5 \rightarrow \text{원의 중심} : (-1, 5)$$

점 $(-1, 5)$ 는 점 $(2, 3)$ 을 x 축의 방향으로
 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행 이동한 것이다.

따라서 직선 $x+3y+2=0$ 을 x 축의 방향으로

-3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$(x+3) + 3(y-2) + 2 = 0$$

$$\therefore x+3y-1=0 \cdots \textcircled{7}$$

$\textcircled{7}$ 이 $x+ay+b=0$ 과 일치하므로

$$a=3, b=-1 \therefore a+b=2$$

20. 직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축을 따라 α 만큼 평행이동시킨 직선을 l , l 을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 m , m 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 n 이라고 할 때, 직선 l 이 n 과 일치하도록 상수 α 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축 방향으로 α 만큼
평행이동시킨 직선 l 은

$$l : y = 2(x - \alpha) + 4$$

이것을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 직선 m 은

$$m : (-y) = 2(x - \alpha) + 4$$

n 은 m 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 것이므로

$$n : (-y) = 2(-x - \alpha) + 4$$

이것을 정리하면 $y = 2x + 2\alpha - 4$ 이므로

l 과 n 이 일치하려면

$$-2\alpha + 4 = 2\alpha - 4 \text{ 가 되어 } \alpha = 2 \text{ 이다.}$$

21. 연립부등식 $\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \\ |x| < a \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 양수 a 의 값의 범위를 구하여라.

① $3 < a \leq 4$

② $0 < a \leq 3$

③ $0 < a < 3$

④ $0 < a \leq 4$

⑤ $0 < a < 4$

해설

$$\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \cdots \textcircled{㉠} \\ |x| < a \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $6 < -x + 2$ 의 해는 $x < -4$

$-x + 2 < -2x - 1$ 의 해는 $x < -3$

$$\therefore x < -4$$

㉡에서 $|x| < a$ 는 $-a < x < a$ 두 연립부등식의 해가 없으려면

$$-a \geq -4, a \leq 4,$$

그런데 a 는 양수이므로 a 의 값의 범위는 $0 < a \leq 4$ 이다.

22. 어떤 상점에서 스캐너를 한 개에 10만원씩 판매할 때 한 달에 100개가 팔리고, 한 개의 가격을 x 만원 인상하면 월 판매량이 $4x$ 개 줄어드는 것으로 조사되었다. 한 달의 총 판매액이 1200만원 이상이 되도록 하려면 한 개의 가격을 얼마로 하면 좋을까?

- ① 15만원 이상 20만원 이하 ② 10만원 이상 15만원 이하
 ③ 5만원 이상 10만원 이하 ④ 4만원 이상 8만원 이하
 ⑤ 2만원 이상 4만원 이하

해설

$$(10 + x)(100 - 4x) \geq 1200, 4x^2 - 60x + 200 \leq 0$$

$$x^2 - 15x + 50 = (x - 5)(x - 10) \leq 0$$

$$\therefore 5 \leq x \leq 10$$

10만원씩 판매할 때보다 5만 원 이상 10만 원 이하 인상해야 하므로 한 개의 가격을 15만 원 이상 20만 원 이하가 되도록 하면 된다.

23. 양의 실수 a, b, c 에 대하여, x 에 관한 연립이차부등식

$$\begin{cases} ax^2 - bx + c < 0 \\ cx^2 - bx + a < 0 \end{cases} \quad \text{의 해가 존재할 때, 다음 <보기> 중 항상}$$

옳은 것을 모두 고른 것은?

<보기>

㉠ $b^2 - 4ac > 0$

㉡ $a + c < b$

㉢ $a < 1$ 이고 $b < c$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 두 식의 판별식 값이

모두 $b^2 - 4ac$ 이고

$D > 0$ 이어야 해가 존재하므로 옳다.

㉡주어진 식에

1을 대입하면 성립한다.

24. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 = y^2 \\ (x-1)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$ 의 해의 개수를 구하면?

① 없다.

② 1

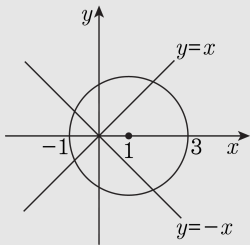
③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\therefore x^2 = y^2 \Rightarrow y = \pm x$$



$$\therefore (x-1)^2 + y^2 = 2^2$$

즉, 해는 4 개이다.

25. $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동시키면 직선 $y = mx$ 에 접한다고 한다. 이 때, 상수 m 의 값들의 합을 구하면?

① $-\frac{12}{5}$

② $-\frac{7}{5}$

③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{3}{5}$

⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동시키면
 $(-x)^2 + y^2 - 6(-x) - 4y + 9 = 0$, $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$

$$\therefore (x+3)^2 + (y-2)^2 = 2^2 \dots\dots \textcircled{1}$$

이때, $\textcircled{1}$ 이 직선 $mx - y = 0$ 에 접하므로 이 직선과 $(-3, 2)$ 사이의 거리는 2이어야 한다.

$$\text{즉, } \frac{|-3m - 2|}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = 2$$

$$9m^2 + 12m + 4 = 4m^2 + 4$$

$$\therefore 5m^2 + 12m = 0$$

$$\text{따라서, } m = 0 \text{ 또는 } m = -\frac{12}{5} \text{ 이므로 그 합은 } 0 + \left(-\frac{12}{5}\right) = -\frac{12}{5}$$