

1. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 꼭짓점이 원점이고, y 축에 대하여 대칭이다.
- ㉡ 점 $(-3, 27)$ 을 지난다.
- ㉢ 아래로 볼록하며, 제 1, 2 사분면을 지난다.
- ㉣ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.
- ㉤ $x < 0$ 인 범위에서 x 가 증가하면 y 도 증가한다.

- ① ㉠

② ㉠,㉡

③ ㉠,㉡,㉣

④ ㉠,㉡,㉣,㉤

⑤ ㉠,㉡,㉣,㉤,㉥

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0,0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$
 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록
 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
 $y = -ax^2$ 과 x 축에 대하여 대칭
이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉣은 옳다.
㉢ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$
㉤ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$ 이므로
 $x > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다. 따라서 옳지 않다.

2. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x=2$ 일 때 $y=12$ 이다. x 의 값이 1에서 4까지 3만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하면?

① 42 ② 43 ③ 44 ④ 45 ⑤ 46

해설

$y = ax^2$, $f(2) = 12$ 이므로

$$12 = a \times 2^2, a = 3$$

$$y = 3x^2$$

$$f(1) = 3 \times 1^2 = 3$$

$$f(4) = 3 \times 4^2 = 48$$

$$\therefore 48 - 3 = 45$$

3. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 한 근이 3일 때, a 의 값과 다른 한 근의 차를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$3^2 - 4 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

$$\therefore 3 - 1 = 2$$

4. 이차 방정식 $3x^2 - ax - 16 = 0$ 의 한 근이 -4 일 때, a 와 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{32}{3}$

해설

주어진 식에 x 대신 -4 를 대입하면

$$48 + 4a - 16 = 0$$

$$a = -8$$

$$3x^2 + 8x - 16 = 0$$

$$(3x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x = \frac{4}{3}, x = -4$$

$$(\text{구하는 값}) = \frac{4}{3} \times (-8) = -\frac{32}{3}$$

5. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \text{ 의 두 근은 } x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$a \text{ 는 양수이므로 } a = -2 + \sqrt{5}$$

$$0 < -2 + \sqrt{5} < 1$$

$$\therefore n = 0$$

6. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는
 $-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$
 $= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$
 $(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$
이므로 두 수의 합은 $-9, 9, -3, 3$ 이다.
 $a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$
따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

7. 이차방정식 $x^2 + 12x + m = 6x - 1$ 이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2 + 6x + m + 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - (m + 1) = 0$$

$$\therefore m = 8$$

8. 이차방정식 $x^2 + 3x + 1 - k = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 k 의 값의 개수는?

-3, -2, -1, 0, 1, 3, 4

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 7 개

해설

$$D = 3^2 - 4(1 - k) > 0$$

$$9 - 4 + 4k > 0, k > -\frac{5}{4}$$

$$\therefore k = -1, 0, 1, 3, 4$$

$$\therefore 5 \text{ 개}$$

9. 지면에서 초속 60m 로 똑바로 위로 던진 야구공의 t 초 후의 높이가 $(60t - 5t^2)$ m이다. 야구공이 지면으로부터 높이가 100m 이상인 지점을 지나는 것은 몇 초 동안인지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 8 초

해설

$$60t - 5t^2 = 100 \text{ 이므로}$$

$$5t^2 - 60t + 100 = 0$$

$$t^2 - 12t + 20 = 0$$

$$(t - 2)(t - 10) = 0$$

$t = 2$ 초 또는 10 초이다.

따라서 높이가 100m 이상인 지점을 지나는 시간은 2 초부터 10 초까지이므로 8 초 동안이다.

10. 지면으로부터 40 m 되는 건물의 꼭대기에서 초속 40 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, $h = 40t - 5t^2 + 40$ 인 관계가 성립한다. 지면으로부터 높이가 100 m 일 때는 물체를 쏘아 올린지 몇 초 후인지 모두 구하여라.

▶ 답: 초▶ 답: 초

▷ 정답 : 2 초

▶ 정답 : 6 초

해설

$h = 100$ 이므로 $h = 40t - 5t^2 + 40$ 에서

$$40t - 5t^2 + 40 = 100$$

$$5t^2 - 40t + 60 = 0$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

$$(t - 2)(t - 6) = 0$$

$t = 2$ 또는 $t = 6$ 이다.

11. 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5$ 의 축의 방정식이 $x = 2$ 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

축이 $x = 2$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5 \\ &= \frac{1}{2}(x-2)^2 + q \\ &= \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 + q \\ 2p &= -2 \quad \therefore p = -1 \end{aligned}$$

12. 이차함수 $y = (x - p)^2 + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 직선 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 의 위에 있을 때, p 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$y = (x - p)^2 + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(p, 1)$ 이고, 직선 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 위에 있으므로

$$1 = \frac{1}{2}p - 2 \quad \therefore p = 6$$