1. 두 점 $\mathrm{A}(-2,\ 3)$, $\mathrm{B}(4,\ 1)$에서 같은 거리에 있는 y축 위의 점을 $\mathrm{C}(a, b)$라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 1　　② 0　　③ −1　　④ −2　　⑤ −3

해설

점 $\mathrm{C}(a, b)$는 y축 위의 점이므로 $a=0$이다.

$\therefore \mathrm{C}(0, b)$

$\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BC}}$에서 $\overline{\mathrm{AC}}^2=\overline{\mathrm{BC}}^2$

$4+(b-3)^2=16+(b-1)^2$

$4+b^2-6b+9=16+b^2-2b+1$

$4b=-4 \quad \therefore\ b=-1$

$\therefore\ a+b=-1$

2. 좌표평면 위의 세 점 $A(4,\ -2)$, $B(1,\ 7)$, $C(-2,\ 1)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형 ② 이등변삼각형

③ 직각삼각형 ④ 예각삼각형

⑤ 직각이등변삼각형

해설

세변의 길이는

$\overline{AB} = \sqrt{(1-4)^2 + \{7-(-2)\}^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

$\overline{BC} = \sqrt{(-2-1)^2 + (1-7)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$\overline{CA} = \sqrt{\{4-(-2)\}^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{45}$

$= 3\sqrt{5}$

따라서 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$이고, $\overline{BC} = \overline{CA}$이므로 직각이등변삼각형이다.

3. 원점 O와 두 정점 A(2, 3), B(4, 0)에 대하여 $\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$을 만족하는 점 P의 자취의 방정식을 구하면?

① $x^2 + y^2 - 12x - 6y + 29 = 0$
② $x^2 + y^2 + 12x - 6y + 29 = 0$
③ $x^2 + y^2 - 12x + 6y + 29 = 0$
④ $x^2 + y^2 - 12x - 6y - 29 = 0$
⑤ $x^2 + y^2 + 12x + 6y + 29 = 0$

해설

P의 좌표를 P$(x,\ y)$라 하면
$\overline{OP}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$이므로
$x^2 + y^2$
$= \{(x-2)^2 + (y-3)^2\} + \{(x-4)^2 + y^2\}$
$\therefore\ x^2 + y^2 - 12x - 6y + 29 = 0$

4. 두 점 $A(-2,\ 0)$, $B(1,\ -1)$에 대하여 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$의 값이 최소가 될 때의 점 P의 좌표를 구하면?

① $P\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ② $P(-1, -1)$ ③ $P(0, 0)$
④ $P\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ⑤ $P(1, 1)$

해설

점 P의 좌표를 $(x,\ y)$라고 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2+\overline{BP}^2 &= (x+2)^2+y^2+(x-1)^2+(y+1)^2\\ &= 2x^2+2x+2y^2+2y+6\\ &= 2\left(x^2+x\right)+2\left(y^2+y\right)+6\\ &= 2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+2\left(y+\frac{1}{2}\right)^2+5\end{aligned}$$

따라서 $x=-\frac{1}{2}$, $y=-\frac{1}{2}$일 때,

$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$의 값이 최소가 된다.

$\therefore P\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

5. 이차함수 $y = kx^2 + k(k+1)x + 2k^2 - 2k + 1$ 은 k 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점의 좌표를 $\mathrm{P}(a,\ b)$ 라 할 때 $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

k에 관하여 정리하면
$(x+2)k^2 + (x^2+x-2)k + (1-y) = 0$
k에 관한 항등식이므로
$x+2=0,\ x^2+x-2=0,\ 1-y=0$
$\therefore x=-2,\ y=1$
$\therefore$ 구하는 점의 좌표는 $(-2,\ 1)$
$\therefore\ a=-2,\ b=+1$
$\therefore\ a+b=-1$

6. $x+2y-3=0$, $2x-y-1=0$ 에 이르는 거리가 같은 x 축 위의 점의 좌표를 구하면?

① $(-2,\ 0),\ \left(\frac{4}{3},\ 0\right)$　　② $(-2,0),\ (2,0)$

③ $(0,-2),\ \left(0,\frac{4}{3}\right)$　　④ $(0,-2),(0,2)$

⑤ $(-2,0),(0,0)$

해설

x 축 위의 점을 $(\alpha,0)$ 이라 하자.
점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\frac{|\alpha-3|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{|2\alpha-1|}{\sqrt{2^2+1^2}}$$

$\Rightarrow\ |\alpha-3|=|2\alpha-1|$

$\Rightarrow\ (\alpha-3)^2=(2\alpha-1)^2$

$\Rightarrow\ 3\alpha^2+2\alpha-8=0$

$\alpha=\frac{4}{3}$ 또는 -2

$\therefore\ \left(\frac{4}{3},0\right),\ (-2,0)$

7. 점 $(3,\ 4)$ 에서 직선 $2x - y + k = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\dfrac{|2 \times 3 - 4 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}$ 이므로, $|2 + k| = 5$ 이다.

따라서 $k = 3$ ($\because$ k 는 양수)

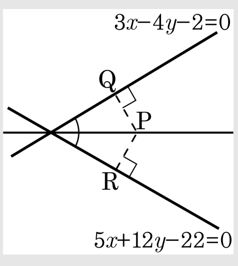
8. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a는 양수, a, b, c는 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의
점 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ 에 대하여 P에서
두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 하면



$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PR}}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}}=\frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$13(3X-4Y-2)=\pm5(5X+12Y-22)$

즉, $13(3X-4Y-2)=5(5X+12Y-22)$ 또는

$13(3X-4Y-2)=-5(5X+12Y-22)$ 정리하면

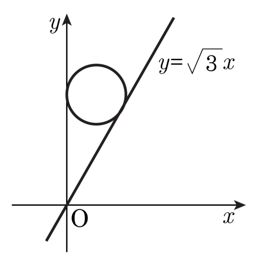
$x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서

기울기가 양이므로

$\therefore\ x-8y+6=0$

$\therefore a+b+c=-1$

9. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에서 중심이 1 사분면 위에 있고, 반지름의 길이가 1 인 원이 y 축과 직선 $y = \sqrt{3}x$ 에 동시에 접한다. 이 원의 중심의 좌표를 $(a,\ b)$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?



① 2　　② $2+\sqrt{2}$

③ $3+\sqrt{3}$　　④ 5

⑤ $5+\sqrt{5}$

해설

y 축에 접하고 반지름이 1 이므로
주어진 원의 방정식은
$(x-1)^2+(y-b)^2=1$ 이라 하면
$y=\sqrt{3}x$ 가 이원에 접하므로
$(x-1)^2+(\sqrt{3}x-b)^2=1$
$x^2-2x+1+3x^2-2\sqrt{3}bx+b^2=1$
$4x^2-2(1+\sqrt{3}b)x+b^2=0$
이 방정식이 중근을 가지므로
$(1+\sqrt{3}b)^2-4b^2=0$
$3b^2+2\sqrt{3}b+1-4b^2=0,\ b^2-2\sqrt{3}b-1=0$
$\therefore b=\sqrt{3}\pm\sqrt{3+1}=\sqrt{3}\pm 2$
그런데 $b>0$ 이므로 $b=\sqrt{3}+2$
$\therefore a=1,\ b=2+\sqrt{3}$ 이므로 $a+b=3+\sqrt{3}$

10. 점 $(-4,\ 2)$ 를 지나고 x 축, y 축에 모두 접하는 원은 2 개가 있다. 이때, 두 원 중 큰 원의 넓이는?

① 25π ② 50π ③ 75π ④ 100π ⑤ 125π

해설

제 2 사분면의 점$(-4, 2)$ 를 지나고
x 축, y 축에 접하는 원의 방정식은
$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2(r>0)$
$(-4+r)^2+(2-r)^2=r^2$
$16-8r+r^2+4-4r+r^2=r^2,\ (r-2)(r-10)=0$
$\therefore\ r=2$ 또는 $r=10$
따라서 큰 원의 반지름의 길이가 10 이므로
넓이는 $\pi\cdot 10^2=100\pi$

11. 두 원 $x^2+y^2-5=0$, $x^2+y^2-3x-y-4=0$ 의 교점과 점$(1,1)$을 지나는 원의 방정식이 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 일 때, $A+B-C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2+y^2-5=0$, $x^2+y^2-3x-y-4=0$
교점을 지나는 원의 방정식은
$(x^2+y^2-5)m+x^2+y^2-3x-y-4=0$
의 꼴이고, 이 원이 점 $(1,1)$을지나므로
$(1+1-5)m+1+1-3-1-4=0$
$\therefore m=-2$
이 값을 대입하고 정리하면
$x^2+y^2+3x+y-6=0$ 이다.
$\therefore A=3,\ B=1,\ C=-6$
그러므로 $A+B-C=10$

12. 직선 $y = 2x + b$ 와 원 $x^2 + y^2 = 4$ 이 만나지 않을 때, 상수 b 의 범위를 구하면?

① $b < -\sqrt{5}$ 또는 $b > \sqrt{5}$
② $b < -2\sqrt{5}$ 또는 $b > 2\sqrt{5}$
③ $b < -3\sqrt{5}$ 또는 $b > 3\sqrt{5}$
④ $b < -4\sqrt{5}$ 또는 $b > 4\sqrt{5}$
⑤ $b < -5\sqrt{5}$ 또는 $b > 5\sqrt{5}$

해설

원과 직선의 방정식을 연립하여 얻은 이차방정식
$5x^2 + 4bx + b^2 - 4 = 0 \cdots\cdots$ ㉠
의 판별식을 D 라고 하면
$\frac{D}{4} = (2b)^2 - 5\left(b^2 - 4\right) = -b^2 + 20$
원과 직선이 만나지 않으려면 ㉠이
실근을 갖지 않아야 하므로
$\frac{D}{4} < 0$ 에서 $-b^2 + 20 < 0, b^2 - 20 > 0$
$\therefore b < -2\sqrt{5}$ 또는 $b > 2\sqrt{5}$

13. 원 $(x+2)^2+(y-1)^2=10$ 위의 점 $(-3,\ 4)$ 에서의 접선의 방정식이 $y=mx+n$ 일 때, $3m+n$ 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$(-3,\ 4)$ 을 지나는 방정식 : $y=m(x+3)+4$
원에 접하므로 원 중심에서 직선까지 거리는 반지름과 같다.

$\Rightarrow \quad \dfrac{|m\times(-2)-1\times1+3m+4|}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{10}$

$\Rightarrow \quad (m+3)^2=10m^2+10$

$\Rightarrow \quad (3m-1)^2=0,\ m=\dfrac{1}{3}$

$\therefore$ 접선의 방정식은 $y=\dfrac{1}{3}x+5 \quad \Rightarrow \quad 3m+n=6$

14. 직선 $y = 2x$ 에 평행하고 원 $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 10 = 0$ 에 접하는 접선의 방정식을 구하면?

① $y = x + 1$ 또는 $y = 2x - 11$

② $y = 2x + 2$ 또는 $y = 4x - 4$

③ $y = 2x + 5$ 또는 $y = 2x - 15$

④ $y = 3x + 6$ 또는 $y = 7x - 19$

⑤ $y = 6x + 3$ 또는 $y = 3x - 5$

해설

구하는 접선이 직선 $y = 2x$ 에 평행하므로
$y = 2x + b \cdots\cdots$ ㉠ 로 놓을 수 있다.
이 때, $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 10 = 0$ 에서
$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 20$ 이므로
중심이 $(1, -3)$, 반지름의 길이가 $\sqrt{20}$ 인 원이다.
따라서, 원의 중심 $(1, -3)$ 에서 직선 $y = 2x + b$,
즉 $2x - y + b = 0$ 까지의 거리가 반지름의 길이와 같으므로

$$\frac{|2 + 3 + b|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{20}$$

$|b + 5| = 10, b + 5 = \pm 10$
$\therefore b = 5$ 또는 $b = -15$
이것을 ㉠에 대입하면 구하는 접선의 방정식은
$y = 2x + 5$ 또는 $y = 2x - 15$

해설

㉠을 원의 방정식에 대입하면
$x^2 + (2x + b)^2 - 2x + 6(2x + b) - 10 = 0$
$5x^2 + 2(5 + 2b)x + b^2 + 6b - 10 = 0$
이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (5 + 2b)^2 - 5\left(b^2 + 6b - 10\right) = 0$$

$b^2 + 10b - 75 = 0, (b - 5)(b + 15) = 0$
$\therefore b = 5$ 또는 $b = -15$ 이것을 ㉠에 대입하면
구하는 접선의 방정식은
$y = 2x + 5$ 또는 $y = 2x - 15$

15. 점 $(0,\ 2)$를 지나고, 원 $x^2+y^2=1$에 접하는 직선의 방정식을 구하면?

① $y=-\sqrt{3}x+2,\ y=\sqrt{3}x+2$

② $y=-\sqrt{3}x-2,\ y=\sqrt{3}x+2$

③ $y=-\sqrt{3}x+2,\ y=\sqrt{3}x+3$

④ $y=-\sqrt{3}x+2,\ y=\sqrt{3}x-2$

⑤ $y=-\sqrt{3}x+4,\ y=\sqrt{3}x+2$

해설

$x^2+y^2=1 \cdots$ ㉠
점 $(0,2)$를 지나는 직선의 기울기를 m이라 하면
$y-2=m(x-0)$
$\therefore\ y=mx+2 \cdots$ ㉡
㉡을 ㉠에 대입하고 정리하면
$(m^2+1)x^2+4mx+3=0 \cdots$ ㉢
㉡이 ㉠에 접하려면 방정식 ㉢이 중근을 가져야 하므로
$D/4=(2m)^2-3(m^2+1)=0$
$\therefore\ m^2=3$
$\therefore\ m=\pm\sqrt{3}$
이것을 ㉡에 대입하면 $y=\pm\sqrt{3}x+2$

해설

(다른 풀이1) 접점을 $(x_1,\ y_1)$ 이라면
접선방정식은 $x_1x+y_1y=1 \cdots$ ㉣
점 $(0,\ 2)$ 는 ㉣ 위의 점이므로
$2y_1=1 \cdots$ ㉤
한편, $(x_1,\ y_1)$ 은 원 ㉠ 위의 점이므로
$x_1^2+y_1^2=1 \cdots$ ㉥
㉥, ㉤에서 $(x_1,\ y_1)=\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1}{2}\right),\ \left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1}{2}\right)$
㉣에 대입하여 정리하면
$y=-\sqrt{3}x+2,\ y=\sqrt{3}x+2$
(다른 풀이2) 점 $(0,2)$를 지나는 직선의
기울기를 m이라 하면 $y-2=m(x-0)$
$\therefore\ mx-y+2=0 \cdots$ ㉦
원 ㉠의 중심에서 ㉦까지의 거리가
원의 반지름과 같으므로 $\frac{2}{\sqrt{m^2+1}}=1$
$\therefore\ \sqrt{m^2+1}=2$
$\therefore\ m=\pm\sqrt{3}$
이것을 ㉦에 대입하면 $y=\pm\sqrt{3}x+2$

16. 두 점 $A(2,\ -2)$, $B(1,\ 3)$에 대하여 선분 AB를 $(1+t)\ :\ t$로 외분하는 점이 제2사분면에 속할 때, t의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $t > 1$

해설

선분 AB를 $(1+t)\ :\ t$로 외분하는 점을 Q라 하면

$$Q\left(\frac{(1+t)\cdot 1 - t\cdot 2}{(1+t)-t},\ \frac{(1+t)\cdot 3 - t\cdot(-2)}{(1+t)-t}\right)$$

즉, $Q(1-t,\ 3+5t)$ 이때, 점 Q가 제2사분면에 속하므로

$1-t < 0,\ 3+5t > 0$

따라서 $t > 1$

17. $\triangle$ABC의 꼭짓점 A의 좌표가 $(5, 6)$이고 무게중심 G의 좌표가 $(3, 4)$일 때, 변 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점의 좌표는?

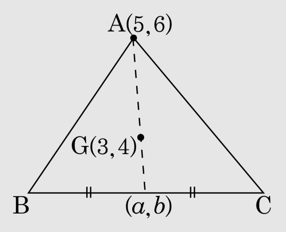
① $(1,\ 2)$　　② $(2,\ 5)$　　③ $(2,\ 3)$
④ $(3,\ 4)$　　⑤ $(4,\ 5)$

해설

무게중심은 중선을 $2:1$로 내분한다.

$\therefore\ \mathrm{G}\left(\dfrac{2a+5}{2+1},\ \dfrac{2b+6}{2+1}\right) = (3,\ 4)$

$\therefore\ a=2,\ b=3$



18. 세 직선 $2x+y+1=0$, $x-y+2=0$, $ax-y=0$ 이 삼각형을 만들지 못할 때, 상수 a 의 값을 구하면? (단, $a>0$)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

삼각형을 만들지 못하게 하려면
$ax-y=0$ 이 나머지 두직선과 평행하거나, 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

i) $ax-y=0$ 이 다른 두 직선과 평행할 때
두 직선의 기울기가 각각 -2, 1 이므로
$a=-2$ 또는 1　$\therefore\ a=1$ ($\because a>0$)

ii) 세 직선이 한 점에서 만날 때
$2x+y+1=0$ 와 $x-y+2=0$ 의 교점은 $(-1,\ 1)$
$ax-y=0$ 이 이 점을 지나려면
$a=-1$ (부적당)

i), ii) 에서 $a=1$

19. 원점에서 직선 $(a-1)x+(a+3)y-4=0$ 에 이르는 거리를 $f(a)$ 라 할 때, $f(a)$ 의 최댓값은? (단, a 는 상수)

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

$$f(a)=\frac{|-4|}{\sqrt{(a-1)^2+(a+3)^2}}$$

$$=\frac{4}{\sqrt{2a^2+4a+10}}$$

이 때, $f(a)$ 의 값이 최대가 되려면 분모가 최소이어야 한다.

$2a^2+4a+10=2(a^2+2a)+10=2(a+1)^2+8$

즉, 분모의 최솟값은 $\sqrt{8}$ 이므로

$f(a)$ 의 최댓값은 $\therefore\ \frac{4}{\sqrt{8}}=\sqrt{2}$

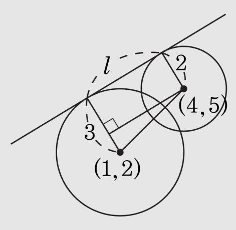
20. 두 원 $(x-1)^2+(y-2)^2=9,\ (x-4)^2+(y-5)^2=4$ 의 공통접선의 길이는?

① 4　　② $\sqrt{17}$　　③ $3\sqrt{2}$　　④ $\sqrt{19}$　　⑤ $2\sqrt{5}$

해설

두 원의 중심거리와 반지름의 차를 이용하여 구한다.

$\therefore\ l=\sqrt{(4-1)^2+(5-2)^2-1^2}=\sqrt{17}$



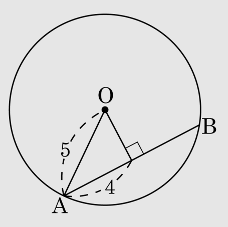
21. $y = x + k$ 가 원 $x^2 + y^2 + 6y - 16 = 0$ 에 의해서 잘린 현의 길이가 8 일 때, 상수 k 값의 합은 ?

① 6 ② 9 ③ −6 ④ −9 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} y = x + k \ \cdots ㉠ \\ x^2 + (y+3)^2 = 25 \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡의 교점을 A, B 라 하면
$\overline{\mathrm{AB}} = 8,\ \ \overline{\mathrm{OA}} = 5$ 이므로
점 O 에서 ㉠에 이르는 거리는 3 이다.



$\dfrac{|3+k|}{\sqrt{1+1}} = 3, \quad k^2 + 6k - 9 = 0$

k 값의 합 $\Rightarrow\ -6$

22. 다음 두 원의 공통접선의 방정식을 구하면?

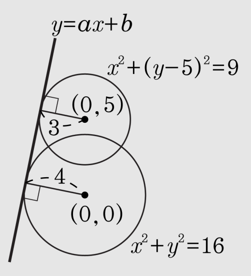
$$x^2 + y^2 = 16,\ \ x^2 + (y-5)^2 = 9$$

① $y = \pm\sqrt{6}x + 10$　　② $y = \pm 2\sqrt{6}x + 20$

③ $y = \pm 3\sqrt{6}x + 30$　　④ $y = \pm 4\sqrt{6}x + 40$

⑤ $y = \pm 5\sqrt{6}x + 50$

해설



$x^2 + y^2 = 16 \cdots\cdots$ ㉠,

$x^2 + (y-5)^2 = 9 \cdots\cdots$ ㉡

공통접선의 방정식을

$y = ax + b \cdots\cdots$ ㉢ 로 놓는다.

이때, 원 ㉠과 직선 ㉢이 접하므로

$$\frac{|b|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = 4$$

$\therefore |b| = 4\sqrt{a^2+1} \cdots\cdots$ ㉣

또, 원 ㉡과 직선 ㉢도 접하므로

$$\frac{|-5+b|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = 3$$

$\therefore |b-5| = 3\sqrt{a^2+1} \cdots\cdots$ ㉤

그런데 $b \neq 0$ 이므로 ㉤ ÷ ㉣을 하면

$$\frac{|b-5|}{b} = \frac{3}{4}$$

$4|b-5| = 3|b|,\ 4(b-5) = \pm 3b$

$\therefore b = 20$ 또는 $b = \frac{20}{7}$

(i) $b = 20$ 일 때, ㉣에서 $\sqrt{a^2+1} = 5$

$\therefore a = \pm 2\sqrt{6}$

(ii) $b = \frac{20}{7}$ 일 때, ㉣에서

$\sqrt{a^2+1} = \frac{5}{7}$ 이고,

이것을 만족하는 실수 a 는 없다.

(i), (ii) 로부터 $a = \pm 2\sqrt{6}, b = 20$ 이므로

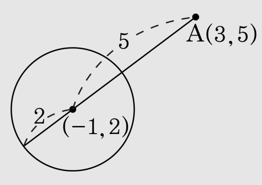
구하는 공통접선의 방정식은

$y = \pm 2\sqrt{6}x + 20$

23. 점 A(3, 5) 와 원 $(x+1)^2+(y-2)^2=4$ 위의 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}$ 의 최솟값과 최댓값의 합은?

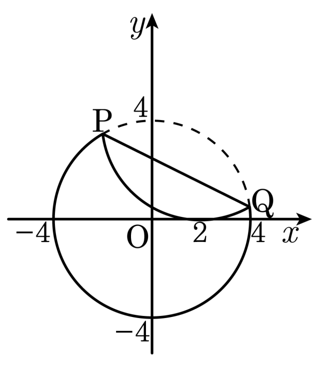
① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설



원 $(x+1)^2+(y-2)^2=4$ 의 중심이
$(-1,\ 2)$ 이므로
점 A 와 원의 중심 사이의 거리는
$\sqrt{(-1-3)^2+(2-5)^2}=5$
이 때, 원의 반지름의 길이는 2 이므로
($\overline{\mathrm{AP}}$ 의 최댓값)$=5+$ (반지름의 길이)$=5+2=7$
($\overline{\mathrm{AP}}$ 의 최솟값)$=5-$ (반지름의 길이)$=5-2=3$
따라서 구하는 합은 $7+3=10$

24. 다음 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 16$을 점 $(2, 0)$에서 x축과 접하도록 접었을 때, 두 점 P, Q를 지나는 직선의 x절편을 구하여라.

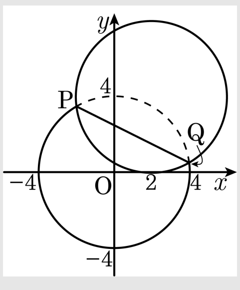


▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

호 PQ는 그림과 같이 점 $(2, 0)$에서 x과 접하고 반지름의 길이가 4인 원의 일부이므로 원의 방정식은 $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16//$



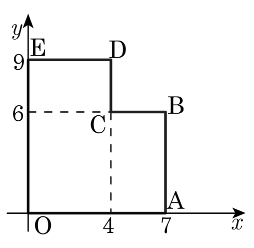
이때 선분 PQ는 두 원 $x^2 + y^2 = 16$, $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 16$의 공통현이므로 직선 PQ의 방정식은

$x^2 + y^2 - 16 - \{(x-2)^2 + (y-4)^2 - 16\} = 0$

$\therefore x + 2y - 5 = 0$

따라서 두 점 P, Q를 지나는 직선의 x절편은 5이다.

25. 원점을 지나고 그림과 같은 도형 OABCDE의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은? (단, 도형의 각 변은 x축, 또는 y축과 평행하다.)



① $y=\frac{3}{5}x$　② $y=\frac{27}{10}x$　③ $y=\frac{6}{5}x$
④ $y=\frac{6}{7}x$　⑤ $y=\frac{5}{7}x$

해설

그림에서 □ CDEG의 넓이는 12이다.
따라서 넓이가 12인 사각형 □ ABHI를 잡으면
점 H좌표는 (5, 6)이다.
그러므로 구하는 직선은 □ OIHG의 넓이를 이등분하면 되므로
$\therefore\ y=\frac{6}{5}x$