

1. $x^2 - 3x - 10 = 0$ 의 두 근 중 큰 근이 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 근일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -35

해설

$$x^2 - 3x - 10 = 0, (x - 5)(x + 2) = 0,$$

$$x = 5 \text{ 또는 } x = -2$$

큰 근인 5가 $x^2 + 2x + k = 0$ 의 근이므로 $25 + 10 + k = 0$

$$\therefore k = -35$$

2. 1에서 n 까지의 자연수의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 190이 되려면 1에서 얼마까지 더하면 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 190, n(n+1) = 380,$$

$$n^2 + n - 380 = 0,$$

$$(n+20)(n-19) = 0,$$

$$n = -20 \text{ 또는 } n = 19,$$

따라서 n 은 자연수이므로 $n = 19$ 이다.

3. $2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가질 때, $3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 의 근을 구하면?

① $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

② $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$

③ $\frac{-3 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ $\frac{3 \pm \sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{3}$

해설

$2x^2 - 8x - k = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-8)^2 + 4 \times 2 \times k = 0, \quad k = -8$$

$3x^2 - (1 - k)x + 3 = 0$ 에 $k = -8$ 을 대입하면

$$3x^2 - 9x + 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 36}}{6} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A - B$ 의 값은?

① -14 ② 14 ③ 20 ④ -20 ⑤ 17

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2} \text{ 이므로 } A = 3, B = 17$$

$$\therefore A - B = -14$$

5. 다음 이차방정식 $x^2 - 2ax + a^2 - 10 = 0$ 의 해가 $x = 7 \pm \sqrt{b}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$$x^2 - 2ax = -a^2 + 10$$

$$x^2 - 2ax + a^2 = -a^2 + 10 + a^2 = 10$$

$$(x - a)^2 = 10 \text{ 이므로}$$

$$x - a = \pm \sqrt{10}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{10}$$

따라서 $a = 7$, $b = 10$ 이므로 $ab = 70$ 이다.

6. 이차방정식 $x^2 + 8x + 4 + 4m = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 고르면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 + 8x + 4 + 4m = 0$ 이 중근을 가지려면

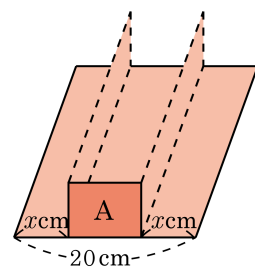
완전제곱식의 형태로 변형되어야 한다.

$x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$ 이므로, $4 + 4m = 16$

$4m = 12$

$\therefore m = 3$

7. 다음 그림과 같이 단면의 넓이가 48 cm^2 인 사각형 모양의 상자를 펼쳤다. 이 때, 상자를 펼치기 전의 높이를 구하여라. (단, $x > 5$ 이고 단위는 생략)



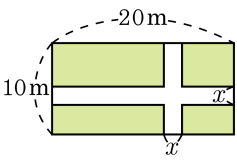
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$$\begin{aligned} (20 - 2x)x &= 48 \\ 2x^2 - 20x + 48 &= 0 \\ x^2 - 10x + 24 &= 0 \\ \therefore x &= 6 \text{ (cm)} \quad (\because x > 5) \end{aligned}$$

8. 가로 길이가 20 m, 세로 길이가 10 m 인 직사각형 모양의 화단에 다음 그림과 같이 폭이 x m 로 일정한 길을 만들었더니 길을 제외한 화단의 넓이가 144m^2 가 되었다. 이 길의 폭을 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 2 m

해설

도로의 폭을 x m 라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는
 가로 길이가 $(20 - x)$ m , 세로 길이가 $(10 - x)$ m 인 직사각형의 넓이와 같으므로

$$(20 - x)(10 - x) = 144$$

$$x^2 - 30x + 56 = 0$$

$$(x - 2)(x - 28) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (단, } 0 < x < 10 \text{)}$$

9. 땅으로부터 높이 15m 되는 다이빙대에서 수영선수가 위를 향해 초속 27m 로 다이빙을 했다. x 초 후 수영선수가 지상으로부터의 떨어져있는 높이는 $(-3x^2 + 27x + 15)$ m 라고 할 때, 수영선수의 높이가 57m 가 되는 데 걸리는 나중 시간은?

① 2 초 ② 5 초 ③ 7 초 ④ 9 초 ⑤ 11 초

해설

$-3x^2 + 27x + 15 = 57$
 $3(x^2 - 9x + 14) = 0$
 $3(x - 2)(x - 7) = 0$
 $x = 2, 7$
따라서 나중 시간은 7 초 이다.

10. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x^2 + 4x - 1 = (x + 2)^2 - 5 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 5$$

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore ab = 10$$

11. 두 이차방정식 $x^2 + 2x - p = 0$, $x^2 - qx - 12 = 0$ 의 공통인 근이 3일 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 + 2x - p = 0$ 과 $x^2 - qx - 12 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면
 $p = 15$, $q = -1$
 $\therefore p - q = 16$

12. 이차방정식 $x^2 - ax - 7 + a = 0$ 의 한 근이 -2 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신 -2 를 대입하면

$$(-2)^2 + 2a - 7 + a = 0$$

$$3a - 3 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3, x = -2$$

13. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① ± 1

② 0

③ $\pm \sqrt{3}$

④ $\pm \sqrt{2}$

⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$

양변을 α 로 나누면 $\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm \sqrt{3}$$

14. 이차방정식 $x^2 + ax + 8 = 0$ 의 한 근이 2이고 다른 한 근이 이차방정식 $3x^2 - 10x + b = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2 + ax + 8 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $a = -6$ 이다.

$x^2 - 6x + 8 = 0$, $(x - 4)(x - 2) = 0$ 이므로

다른 한 근은 $x = 4$ 이다.

$3x^2 - 10x + b = 0$ 에 $x = 4$ 를 대입하면 $b = -8$

$\therefore a - b = -6 - (-8) = 2$

15. 지면으로부터 초속 20m 의 속력으로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이는 $(20t - 5t^2)$ m 이다. 물로켓의 높이가 처음으로 15m 가 되는 것은 물로켓을 쏘아올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▶ 정답 : 1 초 후

해설

$20t - 5t^2 = 15$ 에서

$$5t^2 - 20t + 15 = 0$$

$$(t-1)(t-3) = 0$$

$$(t-1)(t-3) = 0$$

따라서 $t = 1, 3$ (초)이다.

처음으로 15m 가 되는 것은 쏘아올린 지 1 초 후이다.

16. 다음은 연속하는 두 홀수의 곱이 143일 때, 두 홀수를 구하는 과정이다.
(가)에 알맞은 수는?

연속하는 두 홀수를 각각 x , $x + 2$ 라고 하면
 $x(x + 2) = 143$, $x^2 + 2x - 143 = 0$, $(x - 11)(x + 13) = 0$
 $\therefore x = \boxed{\text{(가)}} (x > 0)$

- ① 11 ② -13 ③ 143 ④ 2 ⑤ 0

해설

연속하는 두 홀수를 각각 x , $x + 2$ 라 하면
 $x(x + 2) = 143$, $x^2 + 2x - 143 = 0$, $(x - 11)(x + 13) = 0$
 $\therefore x = 11 (x > 0)$

17. $(x+y)(x+y-6)-16=0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$A(A-6)-16=0$$

$$A^2-6A-16=0$$

$$(A-8)(A+2)=0$$

$$\therefore x+y=8 \text{ 또는 } x+y=-2$$

따라서 $x+y$ 의 값들의 합은 $8+(-2)=6$ 이다.

18. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

$$0.3x^2 + 0.2x = 0.5$$

① -3

② $-\frac{5}{3}$

③ $-\frac{7}{8}$

④ 2

⑤ 5

해설

$$3x^2 + 2x = 5$$

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$3(x-1)\left(x+\frac{5}{3}\right) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } -\frac{5}{3}$$

따라서 두 근의 곱은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

19. 이차방정식 $(x-3)^2 = a$ 의 두 근의 합을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(x-3)^2 = a$$

$$x = 3 \pm \sqrt{a}$$

$$(3 + \sqrt{a}) + (3 - \sqrt{a}) = 6$$

20. 다음 이차방정식 $16x^2 - 24x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

② $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{3}{4}$

③ $x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

④ $x = \frac{1}{4}$ (중근)

⑤ $x = \frac{3}{4}$ (중근)

해설

$$16x^2 - 24x + 9 = 0$$

$$(4x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{4} \text{ (중근)}$$

21. 다음 중 이차방정식 $(x-3)(x+7)=0$ 의 해를 구하면?

① $x=3$ 또는 $x=7$

② $x=-3$ 또는 $x=7$

③ $x=-3$ 또는 $x=-7$

④ $x=3$ 또는 $x=-7$

⑤ $x=0$ 또는 $x=3$

해설

$(x-3)(x+7)=0$,
 $x-3=0$ 또는 $x+7=0$,
따라서 $x=3$ 또는 $x=-7$ 이다.

22. 다음 중 이차방정식은?

① $x^2 + 2x = x(x - 1)$

② $x^2 - 3x = (x + 1)(x - 1)$

③ $x(x^2 + 1) = x^2 - 2$

④ $(2x + 1)(3x - 4) = 6x^2$

⑤ $(x - 2)(x + 3) = (1 - x)(3 + x)$

해설

$$(x - 2)(x + 3) = (1 - x)(3 + x)$$

$$x^2 + x - 6 = 3 - 2x - x^2$$

$$\therefore 2x^2 + 3x - 9 = 0$$

23. 이차방정식 $x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 갖기 위한 k 의 범위는?

- ① $k \leq 1$ ② $k \leq 2$ ③ $k \leq 3$ ④ $k \geq 1$ ⑤ $k \geq 2$

해설

$x^2 + 6x + 3k = 0$ 이 실근을 가지려면

$$D = 36 - 12k \geq 0$$

$$36 \geq 12k$$

$$\therefore 3 \geq k$$

24. 이차방정식 $x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가질 때, m 의 값의 범위를 구하면?

① $m < -\frac{9}{4}$

② $m > -\frac{9}{4}$

③ $m < \frac{9}{4}$

④ $m > \frac{9}{4}$

⑤ $m \geq \frac{9}{4}$

해설

$x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지려면

판별식 $D = 3^2 - 4m > 0, 4m < 9$

$\therefore m < \frac{9}{4}$

25. 이차방정식 $x^2 - 4x + m - 3 = 0$ 이 근을 갖지 않을 때, m 의 값의 범위는?

- ① $m > 7$
- ② $m < 7$
- ③ $m \geq 7$
- ④ $m < -7$
- ⑤ $m > -7$

해설

$D = 4^2 - 4 \times 1 \times (m - 3) < 0, m > 7$

26. 이차방정식 $mx^2 + (2m + 3)x + m + 7 = 0$ 의 근이 없을 때, 상수 m 의 값의 범위는?

① $m > \frac{9}{16}$

② $m \geq \frac{9}{16}$

③ $m = \frac{9}{16}$

④ $m \leq \frac{9}{16}$

⑤ $m < \frac{9}{16}$

해설

$$D = (2m + 3)^2 - 4m(m + 7) < 0$$

$$4m^2 + 12m + 9 - 4m^2 - 28m = -16m + 9 < 0$$

$$\therefore m > \frac{9}{16}$$

27. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 5x - 3k + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최솟값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 2

해설

$$D = 25 - 4(-3k + 1) > 0,$$

$$25 + 12k - 4 > 0, 12k > -21$$

$$\therefore k > -\frac{7}{4}$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 -1이다.

28. 이차방정식 $x^2 + 2x + a + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 a 의 값의 범위를 정하여라.

① $a < -1$

② $a < -2$

③ $a > -1$

④ $a > -2$

⑤ $a > -3$

해설

$$D = 4 - 4(a + 3) = 4 - 4a - 12 > 0$$

$$-4a > 8$$

$$\therefore a < -2$$

29. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 에
 $x = 1$ 을 대입하면 $a = 4$, $b = 3$
 $\therefore a - b = 4 - 3 = 1$

30. p 가 이차방정식 $x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근일 때, $p^2 - 6p + 8$ 의 값은?

- ① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

x 에 p 를 대입하면 $p^2 - 6p - 3 = 0$ 이므로

$$p^2 - 6p = 3$$

따라서 $p^2 - 6p + 8 = 11$ 이다.

31. 이차방정식 $(3x-1)(x+2)=0$ 을 풀면?

- ① $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = -2$ ② $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -2$
③ $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$ ④ $x = 1$ 또는 $x = -3$
⑤ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -3$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 수를 찾는다.

$$3x-1=0 \text{ 또는 } x+2=0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = -2$$

32. 이차방정식 $x^2 + 3x - 10 + b = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}x &= 2 \text{ 일 때, } b = 0 \\x^2 + 3x - 10 &= 0 \\(x + 5)(x - 2) &= 0 \\\therefore x &= -5 \text{ 또는 } x = 2\end{aligned}$$

33. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

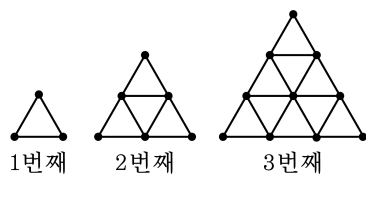
$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

34. 그림과 같이 꼭짓점을 점으로 표현한 삼각형을 규칙적으로 이어 붙여서 n 번째 순서의 삼각형을 만드는데 사용한 점의 개수는 $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ 개일 때, 점의 개수가 21 개인 삼각형의 순서는?



- ☒ ① 5 번째 ② 6 번째 ③ 7 번째
☐ ④ 8 번째 ⑤ 9 번째

해설

$\frac{(n+1)(n+2)}{2} = 21$ 이므로
 $n^2 + 3n - 40 = 0$
 $(n-5)(n+8) = 0$
 $n > 0$ 이므로 $n = 5$
 따라서 점의 개수가 21 개인 삼각형의 순서는 5 번째이다.

35. 4월 중 2박 3일 동안 봉사활동을 하는데 봉사활동의 둘째 날의 날짜의 제곱은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 봉사활동이 끝나는 날의 날짜는?
- ① 4월 1일 ② 4월 2일 ③ 4월 3일
④ 4월 4일 ⑤ 4월 5일

해설

봉사활동을 하는 날을 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면
 $x^2 = (x-1) + (x+1)$
 $x^2 = 2x$
 $x(x-2) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 2$ (일)
따라서 봉사활동이 끝나는 날은 하루 뒤인 4월 3일이다.

36. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,
 $x(x - 7) = 30$
 $x^2 - 7x - 30$
 $(x - 10)(x + 3) = 0$
 $\therefore x = 10$ ($\because x$ 는 자연수)

37. 이차방정식 $3x^2 - x + 2 = 0$ 의 한 근을 A , 이차방정식 $x^2 - 3x - 6 = 0$ 의 한 근을 B 라 할 때, $3A^2 + B^2 - A - 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3A^2 - A + 2 = 0, B^2 - 3B - 6 = 0$ 이므로

$3A^2 - A = -2, B^2 - 3B = 6$

$\therefore 3A^2 + B^2 - A - 3B$
 $= 3A^2 - A + B^2 - 3B$
 $= -2 + 6 = 4$

38. 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 각각 m, n 이라고 할 때, $m + 1, n + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로
 $m + 1, n + 1$ 은 각각 4 또는 0 이므로
 $x^2 + ax + b = 0$ 식에 $x = 4$ 와 $x = 0$ 을 대입하여 정리하면
 $a = -4, b = 0$ 이다.
따라서 $ab = 0$ 이다.

39. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 9 - 2 + 3 = 10 \end{aligned}$$

40. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

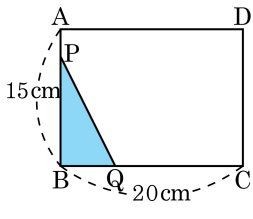
따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

41. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 15\text{ cm}$, $\overline{BC} = 20\text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 점 P는 변 AB위를 점 A로부터 B까지 매초 1 cm의 속력으로 움직이고, 점 Q는 변 BC위를 점 B로부터 C까지 매초 2 cm의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BPQ$ 의 넓이가 36 cm^2 가 되는지 구하여라.



▶ 답 : 초

▷ 정답 : 3 초

해설

x 초 후에 $\overline{PB} = (15 - x)\text{ cm}$, $\overline{BQ} = 2x\text{ cm}$ $\triangle BPQ$ 의 넓이는

$\frac{1}{2}\overline{PB} \times \overline{BQ}$ 이므로

$$\frac{1}{2}(15 - x)2x = 36$$

$$2x^2 - 30x + 72 = 0$$

$$x^2 - 15x + 36 = 0$$

$$(x - 3)(x - 12) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ (초)} (\text{단, } 0 < x < 10)$$