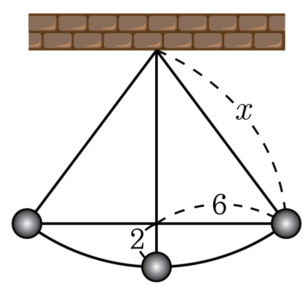
1. 다음 그림처럼 길이가 x 인 줄에 매달린 추가 좌우로 왕복운동을 하고 있다. 추가 천장과 가장 가까울 때와, 가장 멀 때의 차이가 2 일 때, 추가 매달려 있는 줄의 길이를 구하여라. (단 추의 크기는 무시한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

밑변이 2 이고 빗변이 x 인 직각삼각형으로 생각하면 높이가 $x-2$ 이므로

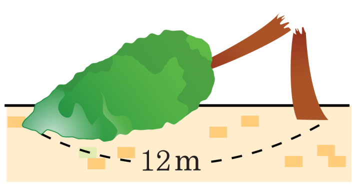
피타고라스 정리에 따라

$x^2 = (x-2)^2 + 6^2$

$4x = 4 + 36$

$x = 10$ 이다.

2. 지면 위에 똑바로 서 있던 높이가 18 m 인 나무가 다음 그림과 같이 부러졌다.



이때 지면으로부터 부러진 부분까지의 높이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 m

해설

땅에서 부러진 곳까지의 거리를 x m 라 하면 부러진 곳에서 부터 나무 위쪽 끝까지의 거리는 $(18-x)$ m 이므로

피타고라스 정리를 이용하여 식을 세우면

$12^2 + x^2 = (18-x)^2$

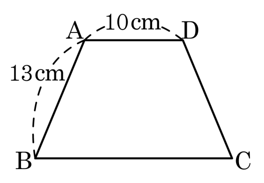
$144 + x^2 = 324 - 36x + x^2$

$36x = 180$

$\therefore x = 5$

따라서 지면으로부터 부러진 부분까지의 높이는 5 m 이다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 13\,\mathrm{cm}$, $\overline{AD} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$ 인 등변사다리꼴의 넓이를 구하면?

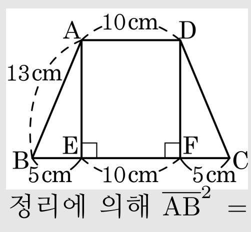


① $120\,\mathrm{cm}^2$　② $130\,\mathrm{cm}^2$

③ $180\,\mathrm{cm}^2$　④ $195\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $200\,\mathrm{cm}^2$

해설



등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A , D 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 하면 직사각형 AEFD 에서 $\overline{EF} = 10\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{BE} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{CF} = 5\,\mathrm{cm}$ 이다.

또, 직각삼각형 ABE 에서 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AE}^2$, $13^2 = 5^2 + \overline{AE}^2$,

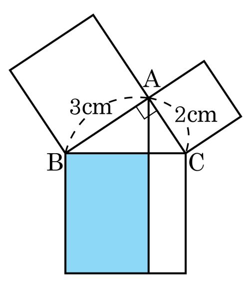
따라서 $\overline{AE}^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$ 이다.

그런데 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 12\,\mathrm{cm}$ 이다.

이제 등변사다리꼴의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AE} = \frac{1}{2} \times (10 + 20) \times 12 = 180(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 3 개의 정사각형을 만들었을 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



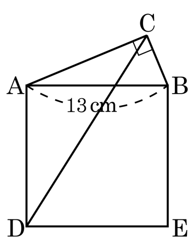
▶ 답： ______ cm^2

▷ 정답： 9 $\underline{cm^2}$

해설

$\overline{AB}$ 를 포함한 사각형의 넓이와 색칠한 부분의 넓이는 같다.
따라서 $3^2 = 9(cm^2)$ 이다.

5. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\,\mathrm{cm}$, $\triangle ACD = 72\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?

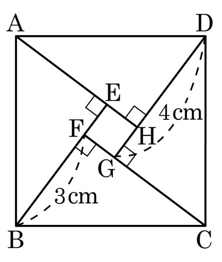


① $21\,\mathrm{cm}^2$　② $22\,\mathrm{cm}^2$　③ $25\,\mathrm{cm}^2$　④ $30\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $40\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 $144\,\mathrm{cm}^2$ 이다.
또, $\square ADEB = 13^2 = 169\ (\mathrm{cm}^2)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
$169 - 144 = 25\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\overline{BF} = 3\,\text{cm}$, $\overline{DG} = 4\,\text{cm}$ 이고, 삼각형 4 개는 모두 합동인 삼각형이다. (가) 와 (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것은?



□EFGH 의 모양은 $\boxed{\text{(가)}}$ 이고, $\overline{BC}$ 의 길이는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

① (가) : 직사각형, (나) : 5 cm

② (가) : 직사각형, (나) : 6 cm

③ (가) : 정사각형, (나) : 5 cm

④ (가) : 정사각형, (나) : 8 cm

⑤ (가) : 정사각형, (나) : 9 cm

해설

□EFGH 의 모양은 정사각형이고, $\overline{BC}$ 의 길이는 5 cm 이다.

7. 세 변의 길이가 각각 x, $x+2$, $x-7$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, 빗변의 길이를 구하여라.

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$(x+2)^2 = x^2 + (x-7)^2$

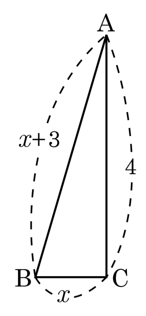
$x^2 - 18x + 45 = 0$

$(x-15)(x-3) = 0$

$\therefore\ x = 15 (\because\ x > 7)$

따라서 빗변의 길이는 $x+2$ 이므로 17이다.

8. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 가 되기 위한 x 의 값을 구하면?



① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{6}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$x + 3$ 이 빗변이므로 $(x+3)^2 = x^2 + 4^2$ 이 성립한다.

$\therefore\ x = \frac{7}{6}$

9. 세 변의 길이가 6 cm, 5 cm, 10 cm 인 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형
② 직각이등변삼각형
③ 이등변삼각형
④ 예각삼각형
⑤ 둔각삼각형

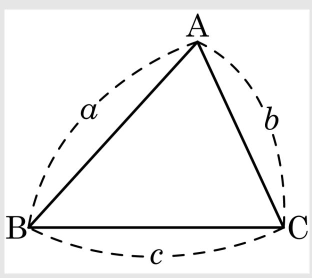
해설

$6^2 + 5^2 < 10^2$

10. 삼각형 ABC에서 $\angle B < 90°$이고 $\overline{BC} = a$, $\overline{AC} = b$, $\overline{AB} = c$일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $b^2 = a^2 + c^2$　② $c^2 = a^2 + b^2$　③ $a^2 = b^2 + c^2$
④ $b^2 - c^2 < a^2$　⑤ $c^2 < a^2 + b^2$

해설



$b^2 < a^2 + c^2$ 이므로
$b^2 - c^2 < a^2$

11. 삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = c, \overline{\mathrm{BC}} = a, \overline{\mathrm{CA}} = b$ (단, c 가 가장 긴 변)이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\angle c < 90°$ 이고 $\triangle$ABC 는 둔각삼각형이다.

② $\angle c > 90°$ 이고 $\triangle$ABC 는 둔각삼각형이다.

③ $\angle c < 90°$ 이고 $\triangle$ABC 는 예각삼각형이다.

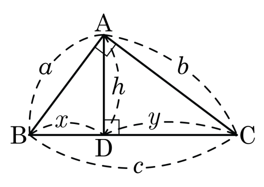
④ $\angle c > 90°$ 이고 $\triangle$ABC 는 예각삼각형이다.

⑤ $\angle c = 90°$ 이고 $\triangle$ABC 는 직각삼각형이다.

해설

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다. 변 c 의 대각은 $\angle$C 이고, c 가 가장 긴 변이므로 $c^2 > a^2 + b^2$ 성립하게 되면 삼각형ABC 는 둔각삼각형이고 이때 $\angle C > 90°$ 이다.

12. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\angle\mathrm{BAC} = 90°$, $\overline{\mathrm{AD}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?



① $h^2 = xy$　　② $b^2 = cy$

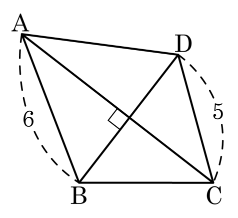
③ $a^2 = cx$　　④ $c^2 = ab$

⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

④ $c^2 = a^2 + b^2$

13. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값은?



① 11 ② 30 ③ 41

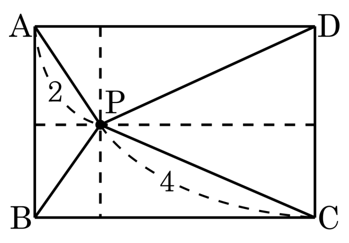
④ 56 ⑤ 61

해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같다.

$\therefore \ \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 5^2 + 6^2 = 61$

14. 정사각형 ABCD 의 내부의 한 점 P 를 잡아 A, B, C, D 와 연결할 때, $\overline{\mathrm{AP}} = 2$, $\overline{\mathrm{CP}} = 4$ 이면, $\overline{\mathrm{BP}}^2 + \overline{\mathrm{DP}}^2$ 의 값은?

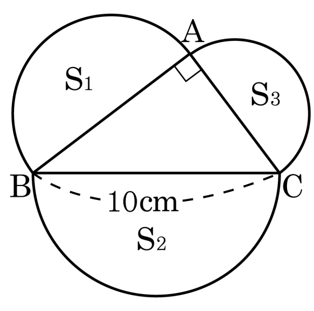


① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

해설

$\overline{\mathrm{BP}^2} + \overline{\mathrm{DP}^2} = 2^2 + 4^2 = 20$

15. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1+S_2+S_3$ 의 값을 구하면?

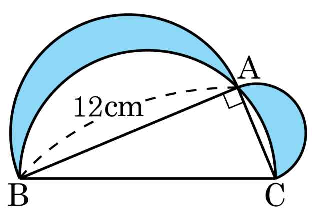


① $10\pi\text{cm}^2$ ② $15\pi\text{cm}^2$ ③ $20\pi\text{cm}^2$
④ $25\pi\text{cm}^2$ ⑤ $30\pi\text{cm}^2$

해설

$S_1+S_3=S_2$
$S_1+S_2+S_3=2S_2$
$\therefore 2\times\pi\times5^2\times\dfrac{1}{2}=25\pi(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그렸다. $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$ 이고, 색칠한 부분의 넓이가 $30\,\text{cm}^2$ 일 때 $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

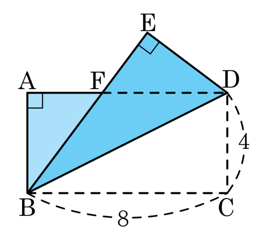
해설

색칠한 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같으므로

$\triangle ABC = 12 \times \overline{AC} \times \frac{1}{2} = 30$ 이다.

따라서 $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BD}}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle\mathrm{ABF}$ 의 넓이는?

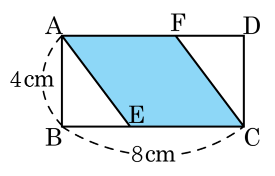


① $5\,\mathrm{cm}^2$ ② $6\,\mathrm{cm}^2$ ③ $7\,\mathrm{cm}^2$ ④ $8\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $9\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AF}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{FB}} = \overline{\mathrm{FD}} = 8 - x$ ($\because \triangle\mathrm{ABF} \equiv \triangle\mathrm{EDF}$)
따라서 $\triangle\mathrm{ABF}$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x = 3$
넓이는 $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

18. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{\text{cm}^2}$

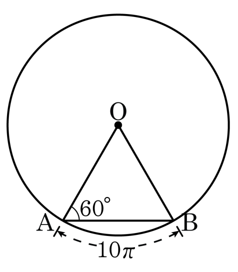
해설

$\overline{CE} = x(\text{cm})$ 라 하면

$x^2 = 4^2 + (8 - x)^2 \quad \therefore \; x = 5$

$\therefore$ □AECF $= 5 \times 4 = 20(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림과 같이 $\angle\mathrm{OAB} = 60^\circ$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 10\pi$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

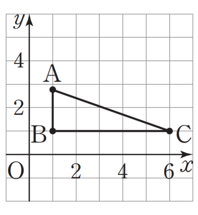
▷ 정답 : 30

해설

$\triangle\mathrm{OAB}$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{AOB} = 60^\circ$ 이고,
$2\pi \times \overline{\mathrm{OA}} \times \dfrac{60^\circ}{360^\circ} = 10\pi,\ \overline{\mathrm{OA}} = 30$
점 O 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라하면
$\overline{\mathrm{OA}} : \overline{\mathrm{AH}} = 2 : 1$
$\overline{\mathrm{AH}} = 15$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = 2\overline{\mathrm{AH}} = 30$

20.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\triangle ABC$가 있다. 두 점 $A\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, $C(6,\ 1)$ 사이의 거리를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{37}{7}$

해설

점 A의 좌표가 $\left(1,\ \frac{19}{7}\right)$, 점 C의 좌표가 $(6,\ 1)$이므로 점 B의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.

따라서 $\overline{AB}=\frac{12}{7}$, $\overline{BC}=5$이므로

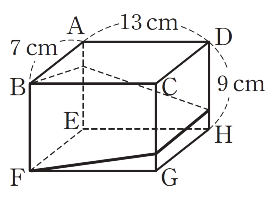
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=\left(\frac{12}{7}\right)^2+5^2=\frac{1369}{49}$

$\therefore\ \overline{AC}=\frac{37}{7}$

따라서 두 점 A, C 사이의 거리는 $\frac{37}{7}$이다.

21.

오른쪽 그림과 같은 직육면체의 꼭짓점 F에서 출발하여 겉면을 따라 $\overline{CG}$, $\overline{DH}$, $\overline{AE}$를 지나 점 B에 이르는 최단 거리를 구하시오.

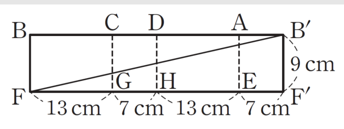


▶ 답 :

▷ 정답 : 41cm

해설

오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{FB'}$의 길이이므로 $\overline{FB'}^2 = 40^2 + 9^2 = 1681$



$\therefore \overline{FB'} = 41\,(\text{cm})$