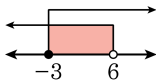


1. 연립부등식
$$\begin{cases} 2x - 3 < 9 \\ 4x + 1 \geq x - 8 \end{cases}$$

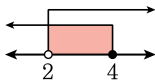
의 해를 수직선에 바르게 나타낸 것

은?

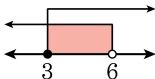
①



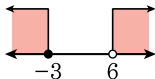
②



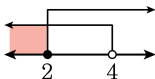
③



④



⑤



해설

$$\begin{cases} 2x - 3 < 9 \rightarrow x < 6 \\ 4x + 1 \geq x - 8 \rightarrow x \geq -3 \end{cases}$$

$$\therefore -3 \leq x < 6$$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 2x - 11 < 5x + 7 \\ 3(x - 1) \leq 4(2 - x) + 2 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장

큰 정수를 A , 가장 작은 정수를 B 라 할 때, $A + B$ 의 값을 구하면?

① -5

② -4

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

i) $2x - 11 < 5x + 7$

$$\Rightarrow x > -6$$

ii) $3(x - 1) \leq 4(2 - x) + 2$

$$\Rightarrow 3x - 3 \leq 8 - 4x + 2$$

$$\Rightarrow 3x + 4x \leq 10 + 3$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{13}{7}$$

$$-6 < x \leq \frac{13}{7} \text{ 이므로}$$

$$A = 1, B = -5$$

$$\therefore A + B = 1 + (-5) = -4$$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3x + 4 < -2x + 7 \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

① $-1 \leq a < 0$

② $-1 < a \leq 0$

③ $-2 \leq a < -1$

④ $-2 < a \leq -1$

⑤ $-3 < a \leq -2$

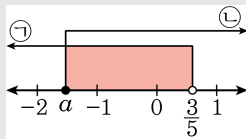
해설

$3x + 4 < -2x + 7$ 에서

$$x < \frac{3}{5} \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x \geq a \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

①, ②의 공통부분에 정수가 2 개 존재하도록 수직선 위에 나타내면



$$\therefore -2 < a \leq -1$$

4. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면

$$-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$$

$$0 \leq x^2 \leq 16$$

$$\therefore -4 \leq x \leq 4$$

$k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면

$$-k < x - 2 < k$$

$$-k + 2 < x < k + 2$$

이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면

$$-k + 2 \geq -4, \quad k + 2 \leq 4 \text{ 이어야 하므로}$$

$$k \leq 6, \quad k \leq 2$$

$$\therefore 0 < k \leq 2$$

따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

5. 다음 두 일차부등식을 만족하는 정수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\frac{x-2}{3} + 1 \leq -\frac{x}{3} + \frac{3}{2}, \quad 0.2 - 0.1x > 1 - 0.5x$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0 개

해설

$$\frac{x-2}{3} + 1 \leq -\frac{x}{3} + \frac{3}{2}$$

양변에 6 을 곱하면

$$2(x-2) + 6 \leq -2x + 9$$

$$4x \leq 9 - 2$$

$$x \leq \frac{7}{4}$$

$$0.2 - 0.1x > 1 - 0.5x$$

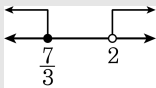
양변에 10 을 곱하면

$$2 - x > 10 - 5x$$

$$-x + 5x > 10 - 2$$

$$4x > 8$$

$$x > 2$$



∴ 해가 없다.

6. 부등식 $|x^2 - 4x - 6| \leq 6$ 의 해를 구하면?

① $-2 \leq x < 6$

② $0 \leq x \leq 4$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 6$

④ $-2 \leq x \leq 0$ 또는 $4 \leq x \leq 6$

⑤ $x \leq 0$ 또는 $x \geq 4$

해설

$$|x^2 - 4x - 6| \leq 6 \text{에서}$$

$$\frac{-6 < x^2 - 4x - 6 \leq 6}{\textcircled{\tiny \text{㉠}} \quad \textcircled{\tiny \text{㉡}}}$$

$$\textcircled{\tiny \text{㉠}} \text{에서 } x^2 - 4x \geq 0, x(x-4) \geq 0$$

$$\therefore x \leq 0 \text{ 또는 } x \geq 4$$

$$\textcircled{\tiny \text{㉡}} \text{에서 } x^2 - 4x - 12 \leq 0, (x+2)(x-6) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq x \leq 6$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-2 \leq x \leq 0 \text{ 또는 } 4 \leq x \leq 6$$

7. 실수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 를 넘지않는 최대 정수를 나타낸다고 한다.
부등식 $2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 를 만족하는 x 의 범위를 바르게 구한 것은?

① $-1 \leq x < 2$

② $x \leq -1$

③ $x \geq 1$

④ $x \leq 1$

⑤ $x \leq -1, x \geq 2$

해설

$2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 에서 좌변을 인수분해하면

$$(2[x] + 3)([x] - 2) < 0, -\frac{3}{2} < [x] < 2$$

이 때 $[x]$ 는 정수이므로 $[x] = -1, 0, 1$

$[x] = -1, 0, 1$ 이면 $-1 \leq x < 2$

$$\therefore -1 \leq x < 2$$

8. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2ax - a + 2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 정수 a 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$x^2 + 2ax - a + 2 \geq 0$ 이 항상 성립하기 위해서는

$$D/4 \leq 0$$

$$D/4 = a^2 + a - 2 = (a + 2)(a - 1) \leq 0$$

따라서 $-2 \leq a \leq 1$

$\therefore a = -2, -1, 0, 1$ (4개)

9. 부등식 $ax^2 + 5x + b > 0$ 을 풀어서 $2 < x < 3$ 이라는 해가 구해졌다.
이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 6$

해설

$$ax^2 + 5x + b > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

해가 $2 < x < 3$ 이 되는 이차부등식은

$(x - 2)(x - 3) < 0$ 전개하면

$$x^2 - 5x + 6 < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠과 일차항의 계수를 맞추기 위해

양변에 -1 을 곱하면

$$-x^2 + 5x - 6 > 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉢이 일치해야 하므로 $a = -1$, $b = -6$

10. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx - 2k + 3 = 0$ 이 두 실근을 가지도록 실수 k 의 값의 범위를 정하면?

① $k \leq -3$ 또는 $k \geq 1$

② $-3 \leq k \leq 1$

③ $k = -3$ 또는 $k = 1$

④ $k < -3$ 또는 $k > 1$

⑤ $-3 < k < 1$

해설

두 실근을 갖는다는 것은
서로 다른 두 실근 또는 중근을 갖는다는 것이므로

$$D' = k^2 - (-2k + 3) \geq 0$$

$$k^2 + 2k - 3 \geq 0$$

$$(k + 3)(k - 1) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -3 \text{ 또는 } k \geq 1$$

11. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$ 이 $x < 1$ 에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 범위를 구하면 $a \leq k$ 이다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$ 라 놓으면

i) 축이 $x < 1$ 에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1, a < 2$

ii) $f(1) > 0, 1 - a + 9 > 0, a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$$D = a^2 - 4 \cdot 9 \geq 0, a \geq 6, a \leq -6$$

따라서 i), ii), iii)에 의해 $a \leq -6$

$$\therefore k = -6$$

12. 다음 연립부등식을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \\ 0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \\ 1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \end{cases}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \text{의 양변에 } 6 \text{ 을 곱하면 } 2(2x+4) \geq 3(x-2) - 6x,$$

$$4x + 8 \geq 3x - 6 - 6x,$$

$$x \geq -2$$

$$0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \text{의 양변에 } 10 \text{ 을 곱하면 } 3(2x-3) \leq 2(x+6) + 3,$$

$$6x - 9 \leq 2x + 12 + 3,$$

$$x \leq 6$$

$$1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \text{의 양변에 } 10 \text{ 을 곱하면}$$

$$12x - 5 < 8x + 6,$$

$$4x < 11,$$

$$x < \frac{11}{4}$$

연립부등식의 해는 $-2 \leq x < \frac{11}{4}$ 이고 속하는 자연수는 1, 2 의 2 개이다.

13. 연립부등식 $\begin{cases} 5x + 7 \leq 2x - 2 \\ 2ax - 2b \geq bx + 4a \end{cases}$ 의 해가 $x \leq -3$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ 5

해설

$$5x + 7 \leq 2x - 2, 3x \leq -9, x \leq -3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2ax - 2b \geq bx + 4a, (2a - b)x \geq 4a + 2b \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통되는 부분이 $x \leq -3$ 이 되기 위해서는 ㉡에서 $2a - b < 0$ 이다.

이때, $x \leq \frac{4a + 2b}{2a - b}$ 이면서 $\frac{4a + 2b}{2a - b} = -3$ 이어야 한다.

$$4a + 2b = -6a + 3b, 10a = b$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{1}{10}$$

14. 제주시에서 남서쪽 1100 km 해상에 태풍의 중심이 있다. 이 태풍은 중심에서 반지름 50 km 이내가 폭풍우권이며, 30 km/h의 속도로 북동진한다. 지름도 10 km/h씩 넓어진다. 제주시가 폭풍우권 내에 들어있는 시간은? (단, 제주시는 점으로 생각하고, 태풍은 직진한다고 가정한다.)

① 15시간

② 16시간

③ 30시간

④ 46시간

⑤ 50시간

해설

$$|-1100 + 30x - 0| \leq 50 + 5x$$

$$-50 - 5x \leq -1100 + 30x \leq 50 + 5x$$

$$25x \leq 1150 \text{ 에서 } x \leq 46$$

$$35x \geq 1050 \text{ 에서 } x \geq 30$$

$$\therefore 30 \leq x \leq 46$$

따라서, 제주시가 폭풍우권 내에 들어있는 시간은 $46 - 30 = 16$ (시간)이다.

15. 좌표평면 위에서 모든 실수 x 에 대하여 직선 $y = 2(kx + 1)$ 이 곡선 $y = -(x - 2)^2 + 1$ 보다 항상 위쪽에 있도록 실수 k 의 값을 정할 때, 다음 중 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 0

⑤ -1

해설

임의의 실수 x 에 대하여

부등식 $2(kx + 1) > -(x - 2)^2 + 1 \cdots \textcircled{1}$

이 항상 성립하도록 k 의 값을 정하면 된다.

$\textcircled{1}$ 식을 정리하면

$$x^2 + 2(k - 2)x + 5 > 0$$

$\textcircled{1}$ 식이 항상 성립하기 위하여

$$\frac{D}{4} = (k - 2)^2 - 5 < 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 4k - 1 < 0$$

$$\therefore 2 - \sqrt{5} < k < 2 + \sqrt{5}$$

이 때, 0, 1, 2, 3 은 k 의 값의 범위에 속하나
-1 은 속하지 않는다.

16. 이차방정식 $x^2 + ax + 2a - 3 = 0$ 의 두 근이 $-2, 1$ 사이에 있을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $\frac{2}{3} < a \leq 2$

② $-2 < a < 4$

③ $-4 \leq a \leq 2$

④ $\frac{2}{3} < a \leq 4$

⑤ $a \geq 6$

해설

$f(x) = x^2 + ax + 2a - 3$ 으로 놓으면
이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근이 -2 와 1
사이에 있으므로

(i) $D = a^2 - 4(2a - 3) \geq 0$ 에서
 $a^2 - 8a + 12 \geq 0$, $(a - 2)(a - 6) \geq 0$
 $\therefore a \leq 2$ 또는 $a \geq 6$

(ii) $f(-2) = 4 - 2a + 2a - 3 > 0$ 에서
 $1 > 0$ 이므로 항상 성립한다.

(iii) $f(1) = 1 + a + 2a - 3 > 0$ 에서

$3a > 2 \quad \therefore a > \frac{2}{3}$

(iv) 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 축의
방정식이 $x = -\frac{a}{2}$ 이므로

$-2 < -\frac{a}{2} < 1$

$\therefore -2 < a < 4$

따라서 a 의 값의 범위는 $\frac{2}{3} < a \leq 2$

17. a, b, c 는 실수이고, $a(a+b+c) > 0$, $a(b+2a) < 0$ 을 만족시킬 때,
 ab 가 0, $b(a+b+c)$ 나 0이다. 가, 나에 알맞은 기호를 차례로 쓰면?

① $<, <$

② $<, >$

③ $>, >$

④ $>, <$

⑤ 결정할 수 없다.

해설

$a(a+b+c) > 0$ 에서 $a \neq 0$, $a+b+c \neq 0$ 임을 알 수 있다.

한편 $a(b+2a) = ab + 2a^2 < 0$ 에서 $ab < -2a^2 < 0$ 이므로 $ab < 0$ 이다.

또 $ab < 0$ 이므로 $ab(a+b+c)^2 < 0$ 에서 $\{a(a+b+c)\} \{b(a+b+c)\} < 0$ 이다.

그런데, $a(a+b+c) > 0$ 이므로 $b(a+b+c) < 0$ 이다.

18. $A = 2(x + m)$, $B = 5x + 4n$, $C = 3x - 2n$ 에 대하여 연립부등식 $A \leq B \leq C$ 를 풀었는데, 실수로 m 과 n 의 값을 바꾸어 푸는 바람에 해가 $8 \leq x \leq 21$ 이 되었다. 이 부등식을 올바르게 풀었을 때의 $A \leq B \leq C$ 를 만족하는 해의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$A = 2(x + m)$, $B = 5x + 4n$, $C = 3x - 2n$ 에 대하여 $A \leq B \leq C$ 를 풀면,

$$\begin{cases} 2(x + m) \leq 5x + 4n & \Rightarrow x \geq \frac{2}{3}(m - 2n) \\ 5x + 4n \leq 3x - 2n & \Rightarrow x \leq -3n \end{cases}$$

$\frac{2}{3}(m - 2n) \leq x \leq -3n$ 에서 잘못하여 m 과 n 의 값을 바꾸어 풀었으므로,

$\frac{2}{3}(n - 2m) \leq x \leq -3m$ 이 되고 이 해집합이 $8 \leq x \leq 21$ 과 동일하므로,

$$\begin{cases} -3m = 21 & \Rightarrow m = -7 \\ \frac{2}{3}(n - 2m) = 8 & \Rightarrow n = -2 \end{cases}$$

따라서 올바른 해를 구하면

$$\frac{2}{3}\{-7 - 2 \times (-2)\} \leq x \leq -3 \times (-2) \text{ 이 되어}$$

$-2 \leq x \leq 6$ 이고, 이를 만족하는 해의 최솟값은 -2 이다.

19. 어느 실험실의 용기에 100 g 의 소금물이 들어있다. 이 소금물의 농도는 현재 5.5 % 이다. 실험실에 하고자 하는 실험을 위해서는 소금물의 농도가 8 ~ 9 % 정도 유지되어야 한다고 한다. 이 수준을 유지하기 위해 최소 얼마만큼의 물을 증발시켜야 하는지 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 31.25 g

해설

5.5% 의 농도를 지닌 100 g 의 소금물에 들어있는 소금의 양은

$$100 \times \frac{5.5}{100} = 5.5 \text{ g 이다.}$$

증발시켜야 하는 물의 양을 x 라 하면

농도를 8 ~ 9 % 로 유지해야 하므로

$$8 \leq \frac{5.5}{100 - x} \times 100 \leq 9$$
$$\therefore 31.25 \leq x \leq \frac{350}{9}$$

따라서 최소 31.25 g 의 물을 증발시켜야 한다.

20. 두 부등식 $x^2 + ax + b \leq 0$, $x^2 + x + a > 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $1 < x \leq 2$ 일 때, ab 의 값은?

① 0

② -1

③ -2

④ -3

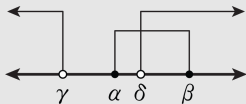
⑤ -4

해설

$x^2 + ax + b \leq 0$ 의 해를 $\alpha \leq x \leq \beta$

$x^2 + x + a > 0$ 의 해를 $x < \gamma$, $x > \delta$

라 하고



조건에 맞게끔 수직선 위에 나타내면 다음과 같다. 공통범위가 $1 < x \leq 2$ 이므로

$\delta = 1, \beta = 2$ 가 되어야 한다.

$\delta = 1$ 이 $x^2 + x + a = 0$ 의 근이므로

$1 + 1 + a = 0$ 에서 $a = -2$

$\beta = 2$ 가 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이므로

$4 + 2a + b = 0 \quad \therefore b = 0$

따라서 $ab = 0$