1. 다음 중 이차함수인 것은?

① $y = x^2 + x - x^2$　② $y = 0 \cdot x^2 + 3$

③ $y = x^2(-x^2 + 4x + 5)$　④ $y = x^2 + x + 3 - 2x^2$

⑤ $y = \dfrac{1}{x^2} + x - 1$

해설

① $y = x^2 + x - x^2 = x$ 이므로 일차함수이다.
② $y = 0 \cdot x^2 + 3 = 3$ 이므로 상수함수이다.
③ $y = x^2 + (-x^2 + 4x + 5) = 4x + 5$ 이므로 일차함수이다.
⑤ $y = \dfrac{1}{x^2} + x - 1$ 는 분수함수이다.

2. 다음 이차함수에 대하여 [ ]에 대한 함숫값이 잘못 짝지어진 것은?

① $y=-2x^2 \quad [-1] \Rightarrow y=-2$

② $y=(x-3)^2 \quad [2] \Rightarrow y=1$

③ $y=(x+2)(x-3) \quad [2] \Rightarrow y=4$

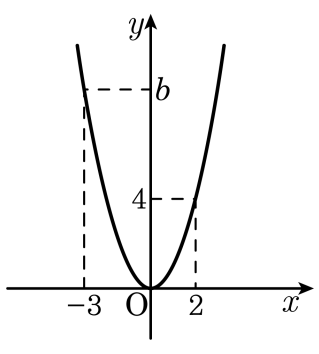
④ $y=x^2-3 \quad [1] \Rightarrow y=-2$

⑤ $y=(x+1)^2-4 \quad [-1] \Rightarrow y=-4$

해설

③ $y=-4$

3. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b 의 값을 차례로 나타내면?



① $a = -2, b = 16$ ② $a = -2, b = -16$

③ $a = 2, b = 18$ ④ $a = 1, b = 9$

⑤ $a = -2, b = 20$

해설

점 $(2, 4)$ 를 $y = ax^2$ 가 지나므로 $4 = 4a, a = 1$ 이다. $y = x^2$ 이다.
점 $(-3, b)$ 를 지나므로 $(-3)^2 = b, b = 9$ 이다.

4. x 축에 대해 대칭인 것끼리 짝지은 것은?

㉠ $y=-2x^2$	㉡ $y=-\frac{1}{4}x^2$	㉢ $y=-\frac{1}{3}x^2$
㉣ $y=3x^2$	㉤ $y=\frac{1}{2}x^2$	㉥ $y=\frac{1}{4}x^2$

① ㉠,㉤ ② ㉡,㉥ ③ ㉢,㉣ ④ ㉡,㉤ ⑤ ㉣,㉥

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

5. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 - 3$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 짝지은 것이 옳은 것은?

① 꼭짓점의 좌표 : $(1,\ 4)$, 축의 방정식 : $x = 1$

② 꼭짓점의 좌표 : $(2,\ -1)$, 축의 방정식 : $x = 2$

③ 꼭짓점의 좌표 : $(-1,\ -3)$, 축의 방정식 : $x = -1$

④ 꼭짓점의 좌표 : $(-1,\ 4)$, 축의 방정식 : $x = -1$

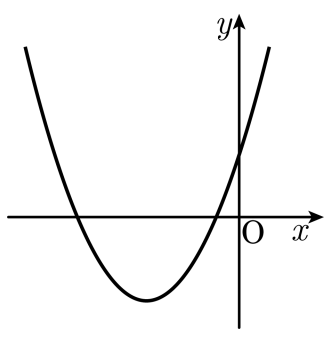
⑤ 꼭짓점의 좌표 : $(-2,\ -3)$, 축의 방정식 : $x = -2$

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ q)$, 축의 방정식은 $x = p$ 이다.

$y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 - 3$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -3)$, 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.

6. 다음 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프이다. a , p , q 의 부호를 각각 구하면?



① $a > 0, p > 0, q > 0$ ② $a > 0, p > 0, q < 0$

③ $a > 0, p < 0, q < 0$ ④ $a < 0, p < 0, q < 0$

⑤ $a < 0, p > 0, q < 0$

해설

이차함수 그래프의 모양이 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.
또한, 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ q)$ 이고 제3 사분면에 있으므로 $p < 0,\ q < 0$ 이다.
따라서 $a > 0,\ p < 0,\ q < 0$ 이다.

7. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$　　② $y = 3x^2$

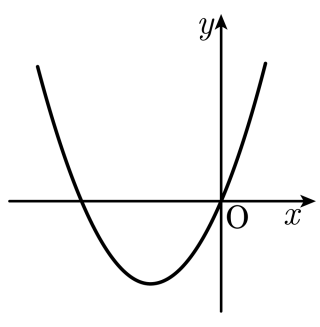
③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$　　④ $y = 2x^2 + 5x - 8$

⑤ $y = x^2 + 4x - 1$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

8. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 원점을 지날 때, a, b, c 의 부호로 옳은 것은?

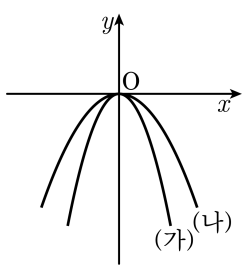


① $a > 0,\ b > 0,\ c = 0$
② $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$
③ $a < 0,\ b = 0,\ c > 0$
④ $a < 0,\ b < 0,\ c > 0$
⑤ $a < 0,\ b < 0,\ c = 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \quad \therefore b > 0$
y 축과 만나는 점이 원점쪽에 위치하므로 $c = 0$

9. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나)의 식으로 맞지 <u>않는</u> 것은?



① $y = \frac{1}{2}ax^2$ ② $y = \frac{3}{8}ax^2$
③ $y = \frac{1}{3}ax^2$ ④ $y = \frac{3}{2}ax^2$
⑤ $y = \frac{3}{4}ax^2$

해설

$a < 0$ 이므로 $y = mx^2$ 이라고 하면 $a < m < 0$ 이어야 한다.

따라서 $y = \frac{3}{2}ax^2$ 은 (나)의 식으로 맞지 않는다.

10. 이차함수 $y = -3(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 포물선이다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.
③ 점 $(2, 27)$ 을 지난다.
④ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 포물선이다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
③ 점 $(2, -27)$ 을 지난다.
⑤ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

11. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 y축의 방향으로 n만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 + 4x - 1$이 되었다. 이때, $m + n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$y = 2(x-m)^2 + n$이므로

$y = 2x^2 + 4x - 1$

$= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1$

$= 2(x+1)^2 - 2 - 1$

$= 2(x+1)^2 - 3$

$\therefore\ m = -1,\ n = -3$

$\therefore\ m + n = (-1) + (-3) = -4$

12. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 9$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x > -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x + 9 \\ &= 2\left(x^2 + 2x + 1 - 1\right) + 9 \\ &= 2(x+1)^2 + 7 \end{aligned}$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, 아래로 볼록하므로
$x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값도 증가한다.

13. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 x 축에 대하여 대칭이동 한 그래프의 식을 구하면?

① $y = -2(x+3)^2$ ② $y = -2(x-3)^2$

③ $y = 2(x-3)^2$ ④ $y = 2(x+3)^2$

⑤ $y = -2(3x-1)^2$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 $y = 2(x-3)^2$ 이고, 이를 x축에 대하여 대칭이동하면 $-y = 2(x-3)^2$ 이다.
따라서 $y = -2(x-3)^2$ 이다.

14. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$
꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로
$-a = 1, -a^2 + 4 = b$ 이다.
$a = -1, b = 3$
$\therefore a + b = 2$

15. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x의 값의 범위는?

① $x > 1$ ② $x < 1$ ③ $x > 0$

④ $x > -1$ ⑤ $x < -1$

해설

$y = -2x^2 - 4x + 10$
$= -2(x+1)^2 + 12$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로
따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는
$\{x \mid x > -1\}$ 이다.

16. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나는 것은?

① $y = x^2 + 1$
② $y = x^2 + 2x + 1$
③ $y = x^2 - 3x - 2$
④ $y = 2x^2 + 4x + 4$
⑤ $y = 3x^2 + 7x - 1$

해설

한 점에서 만나려면 중근을 가지므로 $D = 0$일 때이다.

17.

$a+b=1$이고, $a^2+b^2=-1$일 때, $a^{22}+b^{46}$의 값은?

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

18. 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동하면 점 $\left(-\sqrt{2},\ \frac{1}{2}\right)$ 을 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y=-\frac{1}{4}x^2+a$ 에 점 $\left(-\sqrt{2},\ \frac{1}{2}\right)$ 을 대입하면

$\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2+a$

$\therefore a=1$

19. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

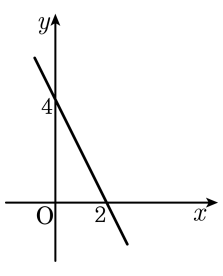
▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을
$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.
$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -16)$ 을 지나므로
$0 = -8 - 2b + c,\ -16 = c$
$0 = -8 - 2b - 16 \qquad \therefore\ b = -12$
$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x + 3)^2 + 2$
$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x + 3)^2 + 21$
꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 21)$ 에서 $(-3,\ 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0,\ q = -19$ 이다.
$\therefore\ p + q = 0 - 19 = -19$

20. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?



① $(-2,\ 7)$ ② $(-2,\ -7)$

③ $(7,\ 2)$ ④ $(-7,\ 2)$

⑤ $(2,\ 7)$

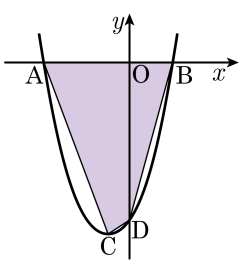
해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

$$y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$$
$$= -x^2 + 4x + 3$$
$$= -(x-2)^2 + 7$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

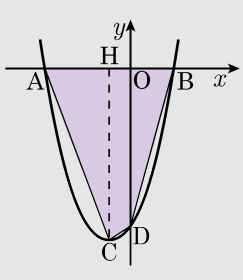
21. 다음 이차함수 $y = x^2 + 2x - 8$의 그래프에서 x축과의 교점을 각각 A, B라 하고 꼭짓점의 좌표를 C, y축과의 교점을 D라 할 때 □ABDC의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30

해설



i) $0 = x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$

$\therefore\ x = -4$ 또는 $x = 2$

$\therefore$ A$(-4,\ 0)$, B$(2,\ 0)$, D$(0,\ -8)$

ii) $y = x^2 + 2x - 8$

$= (x^2 + 2x + 1) - 9$

$= (x+1)^2 - 9$

$\therefore$ C$(-1,\ -9)$

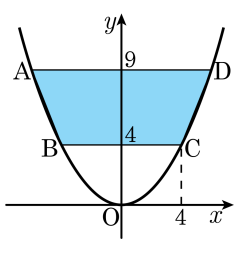
iii) □ABDC

$= \triangle ACH + \triangle ODB + \square HCDO$

$= 3 \times 9 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times 8 + (8+9) \times 1 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{27}{2} + 8 + \frac{17}{2} = 30$

22. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$y = ax^2$ 에 점 C $(4,\ 4)$ 를 대입하면

$4 = a \times 4^2$

$a = \dfrac{1}{4}$

$y = \dfrac{1}{4}x^2$ 에서 A, D 의 y 좌표가 9이므로

$9 = \dfrac{1}{4}x^2$

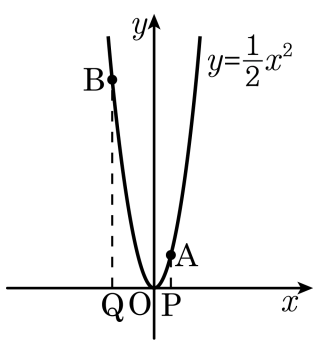
$x^2 = 36$

$x = \pm 6$

$\overline{AD} = 12,\ \overline{BC} = 8$ 이므로

$\therefore (\square ABCD\text{의 넓이}) = (12 + 8) \times 5 \times \dfrac{1}{2} = 50$

23. 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위의 두 점 A, B 에 대하여 A 의 좌표는 $(4,8)$ 이고, B 의 x 좌표는 음수이다. 점 A, B 에서 각각 x 축에 수선 $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ 를 그으면 $\overline{AP}$: $\overline{BQ}=4$: 25 가 된다. 이 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$\overline{AP}$: $\overline{BQ}=4$: 25 에서 점 A 의 y 좌표는
$4:25=8:y$
$\therefore y=50$ 따라서, 점 B 의 y 좌표는 50 이다.
$y=\frac{1}{2}x^2$ 에 $y=50$ 을 대입하면 $50=\frac{1}{2}x^2, x^2=100x<0$ 이므로
$x=-10$ 이 되고 점 B 의 x 좌표는 -10 이다.
따라서 $\overline{QO}=10$, $\overline{PO}=4$ 이므로 $\overline{PQ}=14$ 이다.

24. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$의 그래프가 점 $(1,\ 0)$을 지나고, 이 그래프와 y축에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ -5)$일 때, apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{75}{4}$

해설

$y = a(x-p)^2 + q$의 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ q)$
y 축 대칭하면 $(-p,\ q) = (-3,\ -5)$
$\therefore\ p = 3,\ q = -5$
$y = a(x-3)^2 - 5$의 그래프가 점 $(1,\ 0)$을 지나므로
$0 = a(1-3)^2 - 5$
$\therefore\ a = \frac{5}{4}$
$\therefore\ apq = \frac{5}{4} \times 3 \times (-5) = -\frac{75}{4}$

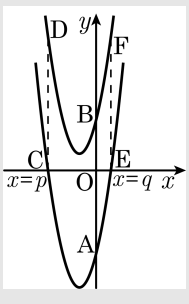
25. 두 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 3$, $y = 2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 각각 A, B, 직선 $x = p$ 와 만나는 점을 각각 C, D, 직선 $x = q$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} + \frac{\overline{EF}}{\overline{AB}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 2x^2 + 4x + 3$ 은 $y = 2(x+1)^2 + 1$
$y = 2x^2 + 4x - 5$ 는 $y = 2(x+1)^2 - 7$ 이므로
$y = 2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프는 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -8 만큼 평행이동한 것이므로



$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EF}$
$\therefore \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} + \frac{\overline{EF}}{\overline{AB}} = 2$